



UNIVERSIDAD JUÁREZ AUTÓNOMA DE TABASCO

DIVISIÓN ACADÉMICA DE CIENCIAS BIOLÓGICAS

**MODELO MATEMÁTICO PARA PREDECIR EL DESEMPEÑO  
HIDROLÓGICO DE TECHOS VERDES EN ZONAS URBANAS BAJO  
CONDICIONES DE TRÓPICO HÚMEDO**

TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRA EN INGENIERÍA, TECNOLOGÍA Y GESTIÓN AMBIENTAL

PRESENTA:

ING. MARIELA ALEJANDRA GÓMEZ MENDOZA

Director de tesis

DR. JOSÉ ROBERTO HERNÁNDEZ BARAJAS

VILLAHERMOSA, A 11 DE DICIEMBRE DE 2025

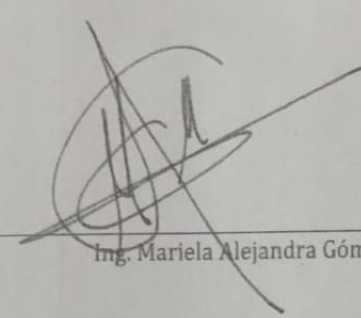
## 1. Declaración de Autoría y Originalidad

En la Ciudad de Villahermosa, Tabasco, el día 21 del mes de noviembre del año 2025, el que suscribe Mariela Alejandra Gómez Mendoza alumna del Programa de Maestría en ingeniería, tecnología y gestión ambiental, con número de matrícula 212G21002, adscrito a la División Académica de Ciencias Biológicas, de la Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, como autora de la Tesis presentada para la obtención del Grado de maestra y titulada **MODELO MATEMÁTICO PARA LA PREDICCIÓN DEL DESEMPEÑO HIDROLÓGICO DE TECHOS VERDES EN ZONAS URBANAS BAJO CONDICIONES DE TRÓPICO HÚMEDO**, dirigida por: DR. JOSÉ ROBERTO HERNÁNDEZ BARAJAS

DECLARO QUE:


La Tesis es una obra original que no infringe los derechos de propiedad intelectual ni los derechos de propiedad industrial u otros, de acuerdo con el ordenamiento jurídico vigente, en particular, la LEY FEDERAL DEL DERECHO DE AUTOR (Decreto por el que se reforman y adicionan diversas disposiciones de la Ley Federal del Derecho de Autor del 01 de Julio de 2020 regularizando y aclarando y armonizando las disposiciones legales vigentes sobre la materia), en particular, las disposiciones referidas al derecho de cita. Del mismo modo, asumo frente a la Universidad cualquier responsabilidad que pudiera derivarse de la autoría o falta de originalidad o contenido de la Tesis presentada de conformidad con el ordenamiento jurídico vigente

Villahermosa, Tabasco a 21 de noviembre de 2025.




Ing. Mariela Alejandra Gómez Mendoza


## 2. Autorización de impresión



**UNIVERSIDAD JUÁREZ  
AUTÓNOMA DE TABASCO**  
"ESTUDIO EN LA DUDA. ACCIÓN EN LA FE"



DIVISIÓN ACADÉMICA DE CIENCIAS BIOLÓGICAS  
DIRECCIÓN



2025  
Año de la Mujer  
Indígena

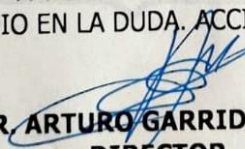
NOVIEMBRE 20 DE 2025

**C. MARIELA ALEJANDRA GÓMEZ MENDOZA  
PAS. DE LA MAESTRIA EN INGENIERÍA, TECNOLOGÍA Y  
GESTIÓN AMBIENTAL  
PRESENTE**


En virtud de haber cumplido con lo establecido en los Arts. 74 al 77 del Cap. IV del Reglamento General de Estudios de Posgrado de esta Universidad, tengo a bien comunicarle que se le autoriza la impresión de su Trabajo Recepcional, en la Modalidad de Tesis de Maestría en Ingeniería, Tecnología y Gestión Ambiental titulado: **"MODELO MATEMÁTICO PARA LA PREDICCIÓN DEL DESEMPEÑO HIDROLÓGICO DE TECHOS VERDES EN ZONAS URBANAS BAJO CONDICIONES DE TRÓPICO HÚMEDO"**, asesorado por Dr. José Roberto Hernández Barajas, sobre el cual sustentará su Examen de Grado, cuyo jurado integrado por el MIA. Jesús Manuel Carrera Velueta, Dra. Erika Escalante Espinosa, Dr. José Roberto Hernández Barajas, Dr. José Ramón Laines Canepa y Dra. Verónica Isidra Domínguez Rodríguez.

Sin otro particular, me es grato enviarle un cordial saludo.

ATENTAMENTE  
ESTUDIO EN LA DUDA. ACCIÓN EN LA FE





**DR. ARTURO GARRIDO MORA**  
DIRECTOR



UJAT  
DIVISIÓN ACADÉMICA  
DE CIENCIAS BIOLÓGICAS  
DIRECCIÓN

C.c.p.- Expediente del Alumno.  
C.c.p.- Archivo

 **Consorcio de  
Universidades  
Mexicanas**  
UN MUNDIO MEJOR POR LA EDUCACIÓN Y LA PAZ

KM. 0.5 CARR. VILLAHERMOSA-CÁRDENAS ENTRONQUE A BOSQUES DE SALOYA  
Tel. (993) 358-1500 Ext. 6400 y 6401, e-mail: direccion.dacbiol@ujat.mx  
 Usar papel reciclado economiza energía, evita contaminación y despilfarro de agua y ayuda a conservar los bosques  
www.ujat.mx

### 3. Carta de Cesión de Derechos

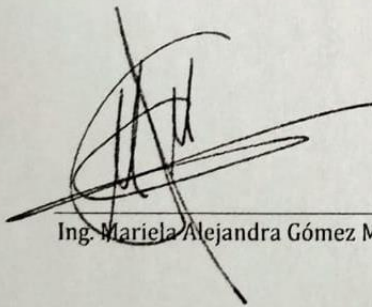
#### 3. Carta de Cesión de Derechos

Villahermosa, Tabasco a 21 de noviembre de 2025.

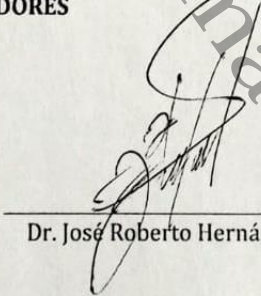
Por medio de la presente manifestamos haber colaborado como AUTORA en la producción, creación y/o realización de la obra denominada MODELO MATEMÁTICO PARA LA PREDICCIÓN DEL DESEMPEÑO HIDROLÓGICO DE TECHOS VERDES EN ZONAS URBANAS BAJO CONDICIONES DE TRÓPICO HÚMEDO.

Con fundamento en el artículo 83 de la Ley Federal del Derecho de Autor y toda vez que, la creación y/o realización de la obra antes mencionada se realizó bajo la comisión de la Universidad Juárez Autónoma de Tabasco; entendemos y aceptamos el alcance del artículo en mención, de que tenemos el derecho al reconocimiento como autores de la obra, y la Universidad Juárez Autónoma de Tabasco mantendrá en un 100% la titularidad de los derechos patrimoniales por un periodo de 20 años sobre la obra en la que colaboramos, por lo anterior, cedemos el derecho patrimonial exclusivo en favor de la Universidad.

#### COLABORADORES

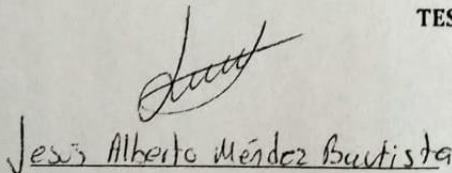


Ing. Mariela Alejandra Gómez Mendoza

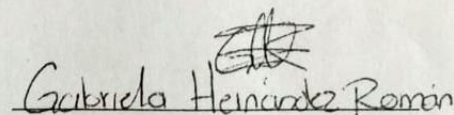


Dr. José Roberto Hernández Barajas

#### TESTIGOS



Jesús Alberto Méndez Bautista



Gabriela Hernández Román

## 4. Oficio de revisión de similitud



UNIVERSIDAD JUÁREZ  
AUTÓNOMA DE TABASCO

"ESTUDIO EN LA DUDA ACCIÓN EN LA FE"



DIVISIÓN ACADÉMICA DE CIENCIAS BIOLÓGICAS  
DIRECCIÓN



Villahermosa, Tabasco a 19 de noviembre de 2025

**C. MARIELA ALEJANDRA GÓMEZ MENDOZA**  
EGRESADA DE LA MAESTRÍA EN INGENIERÍA, TECNOLOGÍA  
Y GESTIÓN AMBIENTAL  
PRESENTE

En cumplimiento de los lineamientos de la Universidad, y por instrucciones de la Dirección de Posgrado, se implementó la revisión de los trabajos recepcionales (tesis), a través de la plataforma Turnitin iThenticate para evitar el plagio e incrementar la calidad en los procesos académicos y de investigación que se desarrollan en esta División Académica. Esta revisión se realizó en correspondencia con el Código de Ética de la Universidad, el Reglamento General de Estudios de Posgrado, el Código Institucional de Ética para la Investigación y con los requerimientos para los posgrados registrados en el SNP de la SECITHI.

Por este conducto, hago de su conocimiento que, con el objetivo de fortalecer y enriquecer el programa de posgrado, se realizó la revisión del documento en la plataforma iThenticate, obteniendo el reporte de originalidad, el índice de similitud y se emitieron las siguientes sugerencias y recomendaciones para dar seguimiento en el documento de tesis del proyecto de investigación: **Modelo matemático para la predicción del desempeño hidrológico de techos verdes en zonas urbanas bajo condiciones de trópico húmedo.**

OBSERVACIONES:

1. **El índice de similitud general obtenido fue de 07%**, el cual se ubica dentro del estándar de tolerancia de acuerdo a las Políticas y Lineamientos para el uso y manejo del Software Antiplagio de la UJAT. Se demuestra el nivel de originalidad del documento y de la investigación.
2. Aun que el índice de similitud obtenido indica coincidencias con 20 fuentes de consulta (de las cuales el 5% corresponde con fuentes de internet y el 2% con publicaciones), éstas se refieren a frases en las secciones de Introducción, Marco Teórico (Antecedentes y conceptos) y Metodología. Lo anterior no demerita el documento de tesis, pero se recomienda a la sustentate y a su director de tesis revisar los párrafos identificados con similitud y ajustarlos a una redacción propia en la medida de lo posible e incluir las citas y referencias, si corresponde, conforme al formato APA vigente.



KM. 0.5 CARR. VILLAHERMOSA-CÁRDENAS ENTRONQUE A BOSQUES DE SALOYA  
Tel. (993) 358-1500 Ext. 6400 y 6401. e-mail: direccion.dacbiol@ujat.mx

Usar papel reciclado economiza energía, evita contaminación y desperdicio de agua y ayuda a conservar los bosques

www.ujat.mx



UNIVERSIDAD JUÁREZ  
AUTÓNOMA DE TABASCO

"ESTUDIO EN LA DUDA. ACCIÓN EN LA FE"



DIVISIÓN ACADÉMICA DE CIENCIAS BIOLÓGICAS  
DIRECCIÓN

3. Se detectaron marcas de caracteres sospechosos los cuáles no corresponden con alteraciones de integridad del documento, este caso se mostró por el formato de sombra que la sustentante utilizó en algunos títulos.
4. **Se adjunta el informe de originalidad de la tesis** obtenido a través de la herramienta Turnitin iThenticate.
5. Finalmente, se le solicita a la C. MARIELA ALEJANDRA GÓMEZ MENDOZA, integrar en la versión final de tesis, este oficio y el informe de originalidad con el porcentaje de similitud de Turnitin iThenticate de acuerdo con lo señalado en los Lineamientos institucionales para la elaboración de tesis de posgrado.

Sin otro particular al cual referirme, aprovecho la oportunidad para enviarle un cordial saludo.

ATENTAMENTE  
"ESTUDIO EN LA DUDA. ACCIÓN EN LA FE"  
UJAT  
DIVISIÓN ACADÉMICA  
DE CIENCIAS BIOLÓGICAS

DR. ARTURO GARRIDO MORA  
DIRECTOR

DIRECCIÓN

C.C.P. Dr. José Roberto Hernández Barajas. Director de tesis.  
Archivo



KM. 0.5 CARR. VILLAHERMOSA-CÁRDENAS ENTRONQUE A BOSQUES DE SALOYA  
Tel. (993) 358-1500 Ext. 6400 y 6401, e-mail: direccion.dacbiol@ujat.mx

Usar papel reciclado economiza energía, evita contaminación y despilfarro de agua y ayuda a conservar los bosques

www.ujat.mx

**Mariela Alejandra Gómez Mendoza**

**Modelo matemático para la predicción del desempeño  
hidrológico de techos verdes en zonas urbanas bajo condicion...**

Universidad Juárez Autónoma de Tabasco

**Detalles del documento**

Identificador de la entrega  
trn:oid::3117529961504

Fecha de entrega  
19 nov 2025, 8:05 a.m. GMT-6

Fecha de descarga  
19 nov 2025, 8:54 a.m. GMT-6

Nombre del archivo  
MarielaAGM.pdf

Tamaño del archivo  
3,7 MB

121 páginas  
33.218 palabras  
165.790 caracteres

## 7% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

### Filtrado desde el informe

- Bibliografía
- Coincidencias menores (menos de 16 palabras)
- Trabajos entregados

### Exclusiones

- N.º de fuente excluida
- N.º de coincidencias excluidas

### Fuentes principales

- 7%  Fuentes de Internet
- 2%  Publicaciones
- 0%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

### Marcas de integridad

N.º de alerta de integridad para revisión

-  **Texto oculto**  
14079 caracteres sospechosos en N.º de páginas  
El texto es alterado para mezclarse con el fondo blanco del documento.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si encontramos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

MODELO MATEMÁTICO PARA LA PREDICCIÓN DEL DESEMPEÑO  
HIDROLÓGICO DE TECHOS VERDES EN ZONAS URBANAS BAJO  
CONDICIONES DE TRÓPICO HÚMEDO



MODELO MATEMÁTICO PARA LA PREDICCIÓN DEL DESEMPEÑO  
HIDROLÓGICO DE TECHOS VERDES EN ZONAS URBANAS BAJO  
CONDICIONES DE TRÓPICO HÚMEDO

✓ iThenticate Página 4 de 125 - Descripción general de integridad Identificador de la entrega: imrad::311752961504

12	Internet	dSPACE.ucuenca.edu.ec	<1%
13	Internet	repositorio.unsaac.edu.pe	<1%
14	Internet	followscience.com	<1%
15	Internet	docplayer.es	<1%
16	Internet	www.researchgate.net	<1%
17	Publicación	Rubio Calderón, Laura Catalina. "Modelo de evaluación del servicio de barrido de ...	<1%
18	Internet	repositorio.unasam.edu.pe	<1%
19	Internet	www.polodelconocimiento.com	<1%
20	Internet	documen.site	<1%

✓ iThenticate Página 4 de 125 - Descripción general de integridad Identificador de la entrega: imrad::311752961504

## 5. Agradecimientos

---

Este proyecto ha sido accidentado de inicio a fin, iniciamos con una pandemia y terminamos tiempo después, pero es una meta más, que en definitiva requirió tiempo, esfuerzo y apoyo de muchos:

Quiero agradecer primero que nada a Dios por ayudarme y guiarme en este caminar y ayudarme a llegar hasta donde estoy hoy, gracias por no dejar que me rindiera en los momentos en los que no veía como continuar.

A mis padres, Maribel y Jorge; y hermano, Jorge, Gracias por todo el apoyo que me han brindado hasta el día de hoy, por cada impulso que me daban para poder avanzar en este proyecto, por impulsarme a ser una mejor versión de mí, día con día.

A Juan, que estuviste ahí en todo momento, impulsando, guiando y buscando la mejor manera de apoyar en esta odisea, muchas gracias por no dejarme rendir y por creer en mí, más de lo que yo misma creía.

A mis familiares, abuelos, Jorge y Darvelia; a mis tíos, Elodia, Daysi, Héctor, Ana, Goly, José Juan, por los impulsos que me han dado en esta y las demás etapas de mi vida. a mis cuñadas, Andrea y Marisol; mis primas, Cristell, Yessica, Celia, Deysi, Mia y Romina, por todas esas pláticas de lo que esperábamos que fuera y al fin está sucediendo.

Un agradecimiento al Dr. Eduardo Ordoñez, por las aportaciones que contribuyeron significativamente a este proyecto.

Y un agradecimiento significativo al Dr. Roberto Barajas, por su acompañamiento y mentoría a lo largo de este proceso.

## 6. Dedicatoria

---

### **A mis padres. Maribel y Jorge;**

Por ser para mí una guía y apoyo, por estar ahí para mí, en cada proyecto sin dudar, por buscar lo mejor para mi...

### **A Juan Carlos;**

Por ser un soporte firme que no me dejo desistir, porque estuviste ahí en todo momento, en los días que todo iba bien y, sobre todo, en las veces que quería rendirme y dejar todo, nunca dejaste de impulsarme, escucharme, siempre buscando soluciones, después de todo, no me equivoco al decir que en este trabajo también hay algo de ti...

### **A Zeus;**

Por esos días largos y noches sin dormir, en los que no dejaste de estar a mi lado, verte junto a mí me impulsaba a seguir adelante...



...Por eso y más cosas que no caben en palabras, esta tesis es para ustedes.

## 7. Contenido

---

### Índice general

1. Declaración de autoría y originalidad .....	1
2. Autorización de impresión.....	2
3. Carta de Cesión de Derechos .....	3
4. Agradecimientos .....	10
5. Dedicatoria.....	11
6. Contenido.....	12
7. Resumen .....	22
9. Palabras clave.....	24
10. Introducción .....	24
11. Marco teórico.....	27
11.1. Techos verdes.....	27
11.2. Beneficios de los techos verdes.....	29
11.3. Evapotranspiración .....	30
11.4. Escorrentía urbana .....	31
11.5. Reducción de escorrentías .....	31
11.6. Reducción de pico máximo de escorrentía .....	32
11.7. Detención de escorrentía.....	32
11.8. Modelo matemático.....	32
12. Contexto del problema.....	35
13. Antecedentes .....	36
14. Hipótesis .....	42
15. Justificación.....	43
16. Objetivos.....	45
16.1. Objetivo general.....	45
16.2. Objetivos específicos.....	45

<b>17. Metodología.....</b>	<b>46</b>
17.1. Descripción del área de estudio .....	46
17.2. Desarrollo del modelo matemático.....	47
17.4. Mediciones meteorológicas.....	50
17.5. Instalación de la unidad experimental y monitoreo de variables.....	52
17.6. Implementación de la interfaz gráfica de usuario .....	57
17.7. Implementación y programación del modelo matemático .....	60
17.8. Pruebas de factibilidad del modelo.....	75
17.8.1. Pruebas de factibilidad.....	76
17.8.1.1. Prueba tipo pirámide. ....	76
17.8.1.2. Prueba tipo escalera.....	77
17.8.1.3. Prueba escalera con detención.....	77
17.8.2. Comparativa de la medición de humedad del sustrato con respecto al modelo. ....	78
<b>18. Resultados.....</b>	<b>79</b>
18.1. Cálculo de área foliar .....	79
18.2. Factibilidad del modelo.....	80
18.2.1. Prueba tipo pirámide.....	80
18.2.2. Prueba tipo escalera .....	82
18.2.2.1. Prueba escalera con detención .....	84
18.2.3. Comparativa de la medición de humedad del sustrato con respecto al modelo. ....	86
18.2.4. Comparación de las fechas comprendidas entre 12/03/2022-31/03/2022 .. .....	86

18.2.5.	Comparación de las fechas comprendidas entre 24/03/2022-25/03/2022	88
18.2.5.1.	Comparación de las fechas comprendidas entre 24/04/23-15/06/23	90
18.2.6.	Evapotranspiración	92
18.2.6.1.	Conjunto 1, periodo 12/03/2022-21/03/2022	93
18.2.6.2.	Conjunto 2. 24/04/2023-15/06/2023	95
18.2.7.	Pruebas en diversos escenarios	96
18.2.7.1.	Original.	97
18.2.7.2.	Ampliación del techo verde a 3 m <sup>2</sup>	97
18.2.7.3.	Ampliación del techo verde a 10 m <sup>2</sup>	98
18.2.7.4.	Ampliación del techo verde a 10 m <sup>2</sup> con 10 tuberías de desagüe	100
18.2.7.5.	Ampliación del techo verde a 1,000 m <sup>2</sup> con 1,000 tuberías de desagüe y 1 m de profundidad de techo.	101
19.	Discusión	103
20.	Conclusión y recomendaciones.	105
21.	Referencias.	107
22.	Anexos	113
	Anexo A. Descripción de la interfaz grafica	113
	Anexo B. Programa	121
	Anexo C. Instalación de unidad semi-piloto	143
	Anexo D.	144

## Índice de tablas y formulas

<b>Tabla 1. Datos estadísticos de los individuos seleccionados para las unidades experimentales</b> .....	54
<b>Fórmula 1. Evapotranspiración de referencia (ET<sub>0</sub>)</b> .....	61
<b>Fórmula 2. Radiación extraterrestre</b> .....	61
<b>Fórmulas 3 y 4. La distancia relativa inversa Tierra-Sol, d, y la declinación solar, d</b> .....	62
<b>Fórmula 5 y 6. Los ángulos de radiación solar al inicio y al final del período</b> .....	62
<b>Fórmula 7. ángulo solar en el momento en que ocurre el punto medio del periodo considerado [rad]</b> .....	63
<b>Fórmula 8. corrección estacional para el tiempo solar (horas)</b> .....	63
<b>Fórmula 9. corrección estacional para el tiempo solar (horas). complemento</b> .....	63
<b>Fórmula 10. La radiación en días despejados</b> .....	63
<b>Fórmula 11. Radiación de onda corta</b> .....	64
<b>Fórmula 12. Radiación solar de onda larga</b> .....	64
<b>Fórmula 13. Radiación neta</b> .....	64
<b>Fórmula 14. Flujo del calor del suelo. Durante períodos de luz</b> .....	65
<b>Fórmula 15. Flujo del calor del suelo. Durante los periodos nocturnos</b> .....	65
<b>Fórmula 16. Presión medio de vapor de saturación</b> .....	65
<b>Fórmula 17. Presión real de vapor</b> .....	65
<b>Fórmula 18. Pendiente de la curva de presión de vapor</b> .....	66
<b>Fórmula 19. Calor Latente de Vaporización</b> .....	66
<b>Fórmula 20. Constante Psicrométrica</b> .....	66
<b>Fórmula 21. Coeficiente dual del cultivo</b> .....	66
<b>Fórmula 22. Evapotranspiración ajustada</b> .....	67
<b>Fórmula 23. Coeficiente Basal del Cultivo</b> .....	67
<b>Fórmula 24. Coeficiente full del Cultivo</b> .....	68
<b>Fórmula 25. Coeficiente maximo de cultivo</b> .....	68

<b>Fórmula 26.</b> Cantidad máxima de agua evaporable .....	69
<b>Fórmula 27.</b> Etapa de reducción de la tasa de evaporación .....	69
<b>Fórmula 28.</b> Balance diario de la humedad del suelo.....	70
<b>Fórmula 29.</b> Coeficiente de la evaporación en el suelo .....	70
<b>Fórmula 30.</b> Evapotranspiración del cultivo .....	71
<b>Fórmula 31.</b> La precipitación pluvial convertida en unidades de volumen.....	72
<b>Fórmula 32.</b> El contenido volumétrico de agua .....	73
<b>Fórmula 33.</b> La altura del nivel de agua dentro del techo verde .....	73
<b>Fórmula 34.</b> El volumen de agua acumulado en el techo verde $V_i$ .....	73
<b>Fórmula 35.</b> La escorrentía pluvial .....	74
<b>Fórmula 36.</b> Ecuación del área de un segmento circular .....	75
<b>Fórmula 37.</b> Ángulo del sector circular relacionado con el segmento. ....	76
<b>Fórmula 38.</b> Área de sección transversal es área mojada .....	76
<b>Fórmula 39.</b> La altura del nivel de agua dentro de sección transversal de la tubería .....	76
<b>Tabla 2.</b> Area foliar calculada (cm <sup>2</sup> ) por el sistema imagej .....	77

## Índice de figuras

<b>Figura 1.</b> Componentes de un techo verde. Fuente: Adaptado de (Cascone, 2019) .....	28
<b>Figura 2.</b> clasificación de los modelos matemáticos por Domínguez (2000). ...	33
<b>Figura 3.</b> Transferencia de masa en un techo verde. Fuente: adaptado de Quezada-García et al. (2020).....	34
<b>Figura 4.</b> Precipitación en Tabasco en los últimos 35 años. Elaboración propia basada en los datos de precipitación mensual promedio de 1985-2020, CONAGUA. ....	44

Figura 5. Metodología para la realización del modelo matemático. ....46

Figura 6. Ubicación y coordenadas del lugar donde se construirá la unidad experimental. ....47

Figura 7. parámetros de un techo verde. 1. Precipitación captada, 2. Tasa de evapotranspiración, 3. Características del sustrato, 4. Drenaje del módulo, 5. Inclinación del módulo, 6. Grosor de capa de sustrato, 7. Capacidad de retención. ....49

Figura 8. Unidad de medición meteorológica. general del modelo. ....51

Figura 9. Unidades y bandejas modulares.....52

Figura 10. Reproducción y adecuación de *T. spathacea* .....53

Figura 11. Alturas de los individuos reproducidos para selección .....54

Figura 12 y 13. Escaneo inicial de las hojas de *Tradescantia spathacea* y captura de pantalla del proceso de conversión de la imagen a color en una imagen binaria mediante el software ImageJ.....55

Figura 14. interfaz gráfica de usuario para captura de datos iniciales de la unidad de techo verde .....58

Figura 15. Diagrama de flujo de la programación del modelo matemático .....59

Figura 17. Graficación de los resultados obtenidos de las pruebas de evapotranspiración. ....80

Figura 18. Representación de la precipitación (línea negra con patrón tipo pirámide) y la esorrentía (línea gris) calculada por el programa. ....81

Figura 19. Representación de la precipitación (línea negra con patrón tipo escalera) y la esorrentía (línea gris) calculada por el programa .....84

Figura 20. Representación de la precipitación (línea negra con patrón tipo escalera con detención) y la esorrentía (línea gris) calculada por el programa .....85

**Figura 21. Variación del porcentaje de humedad en el sustrato a lo largo del tiempo. Se observa la respuesta del sustrato ante los eventos de precipitación y los periodos de secado, reflejando el balance hídrico dentro del techo verde..86**

**Figura 22. Relación entre la precipitación y la escorrentía durante el periodo del 12/03/2022 al 31/03/2022. Se evidencia cómo el techo verde regula el flujo de agua, atenuando los picos de escorrentía en comparación con la precipitación registrada. ....87**

**Figura 23. Relación entre la precipitación y la escorrentía durante el periodo del 24/03/2022 al 25/03/2022. Se observa la respuesta del sistema ante los eventos pluviales, evidenciando la capacidad del techo verde para reducir y retardar la escorrentía. ....88**

**Figura 24. Variación del porcentaje de humedad en el sustrato durante el periodo del 24/03/2022 al 25/03/2022. Se muestra la influencia de la precipitación en la humedad del sustrato y su posterior disminución debido a los procesos de drenaje y evapotranspiración. ....89**

**Figura 25. Variación del porcentaje de humedad en el sustrato durante el periodo del 24/04/2023 al 15/06/2023. Se observa la evolución de la humedad a lo largo del tiempo, influenciada por los eventos de precipitación y los procesos de evapotranspiración y drenaje. ....90**

**Figura 26. Relación entre la precipitación y la escorrentía durante el periodo del 24/04/2023 al 15/06/2023. Se analiza el comportamiento hidrológico del techo verde ante múltiples eventos pluviales, evidenciando su capacidad para regular el flujo de agua y mitigar la escorrentía.....91**

**Figura 27, 28 y 29. Comparación de la radiación solar con la escorrentía, la precipitación y la evapotranspiración durante el periodo del 12/03/2022 al 21/03/2022. Se analiza la influencia de la radiación en la dinámica del agua en el techo verde, evidenciando la relación entre la disponibilidad de energía solar, la evapotranspiración y la generación de escorrentía en función de los eventos de precipitación. ....92**

Figura 30, 31 y 32. Comparación de la radiación solar con la escorrentía, la precipitación y la evapotranspiración durante el periodo del 24/04/2023 al 15/06/2023. Se observa cómo la radiación solar afecta la evapotranspiración y, en consecuencia, la disponibilidad de agua en el sustrato, mostrando patrones de reducción de humedad y generación de escorrentía en respuesta a los eventos pluviales. ....95

Figura 33. Validación del modelo, evidenciando la reducción de escorrentía en eventos pluviales tipo 4 para un techo verde de 1.9 m<sup>2</sup> con dos tuberías de desagüe. ....97

Figura 34. Impacto de la ampliación del techo verde a 3 m<sup>2</sup> en la reducción de escorrentía, con mejoras en eventos pluviales tipo 1, 2 y 4. ....98

Figura 35. Impacto de la expansión del techo verde en la reducción de escorrentías durante eventos pluviales de diferentes intensidades .....99

Figura 36. Efecto de la ampliación del techo verde a 10 m<sup>2</sup> con 10 tuberías de desagüe en la gestión de escorrentías durante eventos pluviales de diferentes tipos. .... 101

Figura 37. Desempeño del sistema de techo verde ampliado a 1,000 m<sup>2</sup> con 1,100 tuberías de desagüe y 1 m de profundidad en la gestión de escorrentías durante eventos pluviales. .... 102

Figura 38. Interfaz del documento de Excel con cinco páginas interactivas ("Sustrato", "Drenaje", "Proyecto", "Ubicación" y "Gráfico") para ingresar parámetros manualmente en cuadros de texto. .... 114

Figura 39. Página "Drenaje" del programa. ....116

Figura 40. Página "Proyecto" del programa. ....117

Figura 41. Página "Ubicación" del programa. .... 119

Figura 42. Página "Gráfico" del programa, que presenta los resultados procesados del modelo matemático de forma gráfica ..... 120

**Figura 43.** Este fragmento de código se encarga de limpiar los datos existentes en las columnas específicas ..... 121

**Figura 44.** Este bloque de código se enfoca en la declaración de variables y constantes esenciales para el funcionamiento del programa..... 122

**Figura 45.** Bucles y while ..... 123

**Figura 46.** Este bloque de código se encarga de la redimensión de vectores, ajustando su tamaño en función del número de datos (Ndata)..... 123

**Figura 47.** Este bloque de código se encarga de leer y procesar los datos ingresados manualmente por el usuario en la interfaz gráfica del programa. .... 124

**Figura 48.** Este fragmento de código realiza un conteo secuencial para organizar los datos del modelo. .... 126

**Figura 49.** Este segmento de código realiza diversas operaciones para procesar y organizar datos relacionados con fecha y hora..... 127

**Figura 50.** Este segmento de código establece las constantes y parámetros necesarios para el cálculo de la evapotranspiración ..... 128

**Figura 51.** Este fragmento de código se encarga de calcular las temperaturas máximas y mínimas diarias a partir del conjunto de datos meteorológicos presentes en la “base de datos” ..... 130

**Figura 52.** Este fragmento de código realiza la toma de datos desde Excel, específicamente desde la hoja "base de datos" ..... 131

**Figura 53.** Este bloque de código realiza cálculos relacionados con la radiación solar y el tiempo de medición..... 132

**Figura 54.** Este fragmento de código se centra en el cálculo de diversas formas de radiación y su efecto en el sistema..... 133

**Figura 55.** Este bloque de código se enfoca en el cálculo de la evapotranspiración de referencia ( $ET_0$ ) ..... 134

**Figura 56.** Este fragmento de código calcula la evapotranspiración del cultivo ( $ET_c$ ) ..... 135

<b>Figura 57. Este bloque de código establece las condiciones iniciales del modelo hidrodinámico.....</b>	<b>137</b>
<b>Figura 58. Este segmento de código implementa las iteraciones del modelo hidrodinámico.....</b>	<b>138</b>
<b>Figura 59. Este segmento de código es responsable de la escritura de resultados .....</b>	<b>140</b>
<b>Figura 60. El procedimiento mostrarGrafico genera y presenta un gráfico de líneas que ilustra la relación entre la escorrentía pluvial y su disminución debido al techo verde.....</b>	<b>141</b>
<b>Figura 61 y 62. Preparación de los módulos LiveRoof® modelo estándar, que consta de: la bandeja modular, con sellos en el 75-80% de los orificios: malla anti-raíz; protectores laterales. ....</b>	<b>143</b>
<b>Figura 63 y 64. Unidades experimentales de techos verdes, con altura de desagüe de 0.05 m a partir del nivel de piso e inclinación de 5° y 0° respectivamente. ....</b>	<b>143</b>

## 8. Resumen

El eje central de este proyecto de investigación fue la realización de un modelo matemático que permitiese estimar de manera óptima el desempeño hidrológico de techos verdes en zonas urbanas con condiciones de trópico húmedo, con el objetivo de establecer un sistema que permita la estimación fiable del comportamiento de los techos verdes en cuestiones de su capacidad de retención de agua pluvial y escorrentía superficial. Para la correcta implementación del modelo se consideran conceptos clave, los preestablecidos, como: la precipitación, almacenamiento, radiación solar, sustrato, inclinación de las unidades, así como los calculados, como: la evapotranspiración y la escorrentía; basándose en dos modelos previamente establecidos como lo con el hidrológico y el de evapotranspiración, con sus respectivas adecuaciones, ya fuese para actualización o para su mejor funcionamiento en el programa.

El modelo se programó en Visual Basic For aplicaciones (VBA), que se encuentra dentro de Microsoft Excel, este programa permitió realizar automatizaciones de cálculos, revisión y simulación de escenarios de manera eficaz.

Para la validación del modelo, se instalaron unidades semi-piloto con vegetación y sustrato específico. Se realizaron mediciones de humedad del sustrato, precipitación, radiación solar, y velocidad del viento con equipos especializados, con el objetivo de realizar pruebas con datos reales climáticos y así analizar condiciones variables.

Los resultados posteriores a las pruebas demostraron la factibilidad del modelo para representar el desempeño hidrológico de los techos verdes, bajo las condiciones establecidas y con datos climáticos variables. Lo cual permite hacer análisis de la ecotecnología previo a su colocación o dimensionamiento.

## 9. Abstract

---

The central focus in this research was the generation of a mathematical model to estimate the hydrological performance that have the green roofs in urban areas whit humid tropical conditions. The general objective was create a system for reliably estimating the behavior of green roofs in terms of their rainwater retention capacity and surface runoff. For the correct implementation of the model, key concepts are considered, including established factors such as precipitation, storage, solar radiation, substrate, and unit inclination, as well as calculated factors such as evapotranspiration and runoff. These calculations are based on two previously established models—one for hydrology and one for evapotranspiration—with their respective adjustments, either for updating or for improved performance within the program.

This model was programmed in visual Basic For Applications (VBA), which is part of the Microsoft Excel package. This program enabled efficient automation of calculations, review and simulation for different scenarios. To validate the model, semi-pilot units with specific vegetation and substrate were installed. We realize measurements of substrate moisture, precipitation, solar radiation, and wind speed were taken using specialized equipment to conduct tests with real-world climate data and analyze varying conditions.

The results following the tests demonstrated the model's feasibility in representing the hydrological performance of green roofs under the established conditions and with variable climate data. This allows for analysis of ecotechnology prior to its installation or sizing.

## 10. Palabras clave

---

Techos verdes, modelo hidrológico, escorrentía superficial, retención de agua pluvial, evapotranspiración, infiltración, clima tropical húmedo, Visual Basic for Applications (VBA), simulación hidrológica.

## 11. Introducción

---

La permeabilidad se define como la capacidad de un material para permitir el paso de agua a través de sus poros (Angelone *et al.*, (2006). Aunque todos los materiales poseen esta capacidad, la permeabilidad varía significativamente entre diferentes tipos de materiales. En el caso de los suelos naturales, esta puede fluctuar considerablemente desde niveles moderadamente bajos hasta altamente eficientes, dependiendo de su composición y estructura. Esto es notorio en los suelos arenosos que suelen ser altamente permeables, mientras que los suelos arcillosos tienen una permeabilidad mucho más baja. Por otro lado, los materiales artificiales, como el concreto, cemento o de manera general materiales de construcción antropogénica; aunque también permiten el paso de agua a través de sus poros, tienen una capacidad de permeabilidad considerablemente reducida, sobre todo en comparación con los suelos naturales (ABG Ltd).

Esta impermeabilidad se convierte en un factor preocupante, considerando que en América Latina y la zona del Caribe, el 75% de los habitantes están viviendo en zonas urbanas, siendo una de las regiones más urbanizadas del mundo (ONU, 2018); México no es la excepción ya que, debido a la constante migración del campo a las ciudades, el número de habitantes en localidades urbanas ha aumentado considerablemente, incrementándose del 43% en 1950, al 71% en 1990 y llegando hasta el 79% en 2020 (INEGI, 2020),

superando así la media latinoamericana. Esta urbanización ha cambiado las superficies naturales permeables en superficies duras e impermeables como carreteras, edificios y techos (Shafique et al., 2018). Esto provoca cambios en la hidrología y la calidad del agua, que resulta en modificaciones y pérdida de hábitat, aumento de las inundaciones, disminución de sistemas naturales acuáticos y aumento de sedimentos y de la erosión (Griffin, 2018). En llanuras costeras como en Tabasco y otras localidades del trópico húmedo con precipitaciones considerables a lo largo del año, la disminución de zonas de infiltración genera un aumento importante en las escorrentías, haciendo que los sistemas de drenaje y cuerpos de agua receptores se vean rebasados generando así inundaciones o encharcamientos importantes, por periodos cada vez mayores.

Los techos verdes son una tecnología sostenible con raíces centenarias cuya implementación se remonta a países de Europa y América del Norte. Originalmente, se utilizaron como una solución práctica para conservar temperaturas agradables dentro de los hogares, gracias a su capacidad para aislar térmicamente las edificaciones (Ramos, 2018). En la actualidad esta ecotecnología se ha convertido en una solución innovadora y versátil para afrontar los retos ambientales y urbanos actuales, estos poseen ventajas importantes. Entre ellas, la disminución de la superficie pavimentada, la producción de oxígeno y captura de CO<sub>2</sub>, la mejora de la calidad del aire y, como principal punto de interés para el presente trabajo, los techos verdes tienen una captación importante del agua pluvial (Minke, 2004). En la literatura, diversos estudios han evaluado la eficiencia de los techos verdes para reducir escorrentías (Burszta-Adamiak, 2012, Burszta-Adamiak y Mrowiec, 2013; Stovin et al., 2013; Speak et al., 2013; Shafique et al., 2018; Liu *et al.*, 2019) encontrándose que varía entre 10% hasta un poco más del 85%; de esta captación un porcentaje es retenido por horas o inclusive días, lo cual modifica

los patrones de generación de escorrentía urbana, atenuando y retrasando los caudales máximos y reduciendo los volúmenes de escorrentía (Ferrans *et al.*, 2018). Sin embargo, todos ellos tienen variaciones importantes, tales como las características del techo (la profundidad de sustrato, la vegetación empleada o la inclinación del techo) y el ambiente de la zona; pero estos estudios demuestran la capacidad que posee esta ecotecnología para la reducción de las escorrentías.

Según una revisión reciente de los modelos matemáticos para techos verdes, los modelos propuestos en los últimos treinta años son los de transferencia y flujo de calor, siendo menos estudiados los de flujo de masa (Quezada-García *et al.*, 2020), a pesar del potencial de captación pluvial y de retardo de la escorrentía, aunado al potencial de mejorar la calidad del agua proveniente de los techos verdes. Existen pocos modelos que permitan predecir el desempeño hidrológico, más aún en zonas con altas precipitaciones, como lo son las del trópico húmedo, por lo que la proposición de este modelo ayudará a mejorar las estimaciones previas, al diseño e instalación de estos, dependiendo de las características básicas tales como inclinación, tipo y profundidad de sustrato, así como las especies seleccionadas como cobertura vegetal y las características climáticas del lugar de instalación.

## 12. Marco teórico

---

### 11.1. Techos verdes

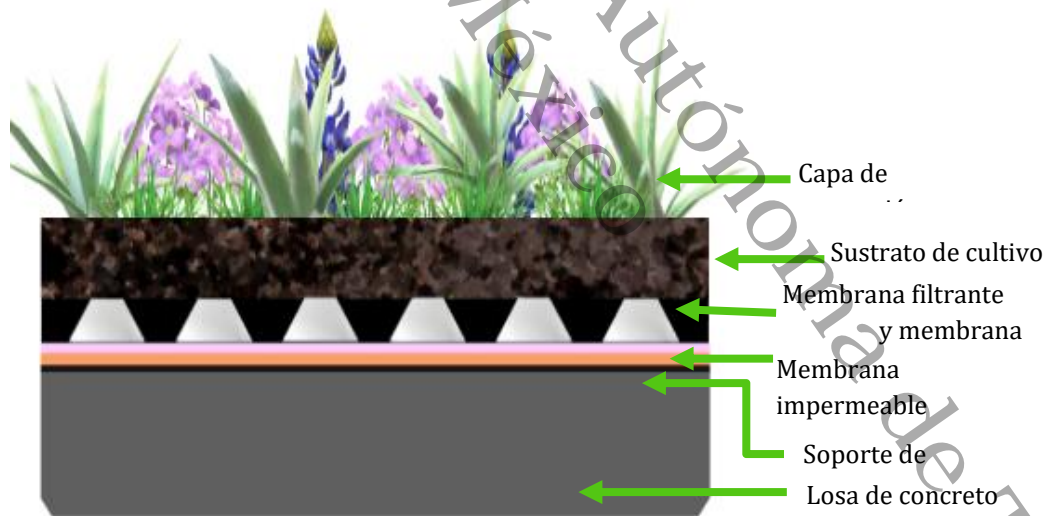
Se le denomina techo verde a una estructura ingenieril que generalmente constan de cinco componentes (Figura 1). De abajo hacia arriba: un soporte de techo, una membrana de techo (protección de membrana y barrera de techo), aislamiento, una capa de drenaje, sustrato de cultivo y vegetación. Los techos verdes se pueden clasificar de varios modos teniendo en cuenta algunas características específicas que se pueden identificar en el techo verde (es decir, tamaño, pendiente, accesibilidad y material de la estructura); la clasificación más común se asocia con el tamaño; sin embargo, algunos otros factores tales como el grosor de las capas, las necesidades de mantenimiento y el costo de instalación también deben tenerse en cuenta. En este contexto, los techos verdes pueden clasificarse según su tamaño: los de mayor tamaño, denominadas intensivos, o en los de menor tamaño, conocidos como extensivos (da Silva *et al.*, 2019).

Los techos verdes intensivos son generalmente jardines de techo diseñados con una profundidad de sustrato considerable, más de 20 cm, una amplia variedad de especies vegetales (similares a los paisajes a nivel del suelo), alta capacidad de retención de agua (más del 50%), altos costos de capital y un peso elevado (180–500 kg/m<sup>2</sup>). Normalmente, este tipo se instala cuando la pendiente es inferior a 10°. Debido a la mayor profundidad del suelo, la selección de plantas puede ser más diversa, incluidos árboles pequeños y arbustos. Por lo tanto, requiere un alto nivel de mantenimiento en forma de fertilización, deshierbe y riego. Una de las principales ventajas de un sistema de techado intensivo es la creación de un entorno natural con una biodiversidad mejorada, proporcionando un espacio de recreación, ya que

normalmente están diseñados para actividades recreativas. Los techos intensivos abarcan un potencial comparativamente mejor que los techos extensivos en términos de gestión de aguas pluviales, disminuyendo la escorrentía en un 85% en comparación con los techos tradicionales. Asimismo, la escorrentía intensiva de techos verdes tiene tres veces menos contaminación por plomo, 1.5 veces menos contaminación por zinc, 2.5 veces menos contaminación por cadmio y tres veces menos contaminación por cobre. Por otro lado, su mayor peso puede requerir un refuerzo estructural adicional, y en general se debe instalar un sistema de drenaje y de riego, lo que aumenta la complejidad técnica y los costos asociados (Cascone, 2019).

**Figura 1.**

*Componentes de un techo verde.*



**Nota:** La figura 1 es una adaptación de Cascone, 2019

Por su parte, los techos verdes extensivos se caracterizan por una menor profundidad de la capa de sustrato (menos de 15 cm) y tienen un peso menor en comparación con los intensivos. Debido a la delgada capa de sustrato, los techos extensivos solo pueden utilizar algunos tipos de plantas, incluidos

pastos, musgos y suculentas. Las principales ventajas de los sistemas de cubiertas extensivas son el bajo costo de capital y menores requerimientos de riego y de mantenimiento, en comparación con los techos intensivos. Estos techos suelen ser muy livianos y útiles, especialmente cuando no se dispone de un soporte estructural adicional. Además, se puede instalar un techo extensivo en una pendiente más grande, su proceso de construcción es técnicamente simple y es apropiado para techos de gran tamaño. Sin embargo, tanto el rendimiento energético como el potencial de gestión de las aguas pluviales son relativamente bajos (Cascone, 2019).

### **11.2. Beneficios de los techos verdes**

Los techos verdes han comprobado ser una ecotecnología muy útil, con múltiples beneficios, de los cuales se pueden destacar los recopilados por Aguirre y Morera en 2014:

- Mejoramiento de la calidad del aire

Por medio de estudios se ha demostrado que la vegetación presente en los techos verdes es capaz de reducir la contaminación en el aire de las ciudades (Nowak *et al.*, 2006); ya que esta retiene polvo y partículas contaminantes presentes en el aire por medio de la adhesión (Jun *et al.*, 2008). Además, las plantas captan CO<sub>2</sub> en su entorno hasta en un 2% y se reportan valores de hasta 37% de reducción de dióxido de azufre y 21% del ácido nitroso (Yok y Sia, 2005).

- Reducción de escorrentías

Se ha reportado que al aumentar el área de techos verdes disminuye de manera proporcional el porcentaje de inundaciones, así como la saturación de tuberías de la zona (Contreras y Villegas, 2019). Además, los techos verdes pueden tener altos porcentajes de retención de escorrentías, especialmente en los eventos pluviales leves (Stovin *et al.*, 2012). Una capa de 8 a 12 cm de profundidad de un techo verde extensivo puede absorber

un aproximado de 2.5 cm de agua pluvial (Scholz y Tanner, 2004) ya que estos tienen la capacidad de absorber, filtrar, retener y almacenar entre 30% al 80% de la precipitación anual que cae sobre ellos; dependiendo principalmente de dos factores, el grosor del sustrato y las precipitaciones en el área. Lo que ayuda a reducir el flujo de agua.

Así mismo, esta ecotecnología tiene beneficios agregados como: la reducción de costos de mantenimiento de la cubierta o techo, así como el tiempo de durabilidad de esta; también proporcionan un espacio de diversidad de plantas, que a su vez genera un entorno para la vida silvestre; son un apoyo para la reducción de la contaminación auditiva y proporcionan un aspecto estético en los lugares donde están instalados (Scholz y Tanner, 2004).

### **11.3. Evapotranspiración**

Se le denomina evapotranspiración (ET) al proceso conformado por dos mecanismos separados, en los cuales el agua se pierde del suelo, estos son la evaporación y la transpiración de cultivo, estos dos ocurren de manera simultánea y son prácticamente indistinguibles. Sin considerar la disponibilidad de agua en los horizontes superficiales, la evaporación de un suelo cultivado es determinada principalmente por la fracción de radiación solar que llega a la superficie del suelo. En las primeras etapas del cultivo, el agua se pierde principalmente por evaporación directa del suelo, pero con el desarrollo del cultivo y finalmente cuando este cubre al suelo en su totalidad, la transpiración se convierte en el proceso principal (FAO, 2020). Este proceso se intensifica en los períodos más cálidos del año provocando un secado más rápido y un aumento en la retención en comparación con las estaciones más frías ( Baryła, Karczmarczyk, Bus, & Hewelke, 2018).

#### **11.4. Escorrentía urbana**

Los volúmenes de escorrentía superficial y las descargas máximas pueden aumentar significativamente debido a una menor infiltración y aumentos en las áreas impermeables conectadas. El aumento de la escorrentía superficial también puede resultar en mayores cargas aguas abajo de contaminantes urbanos (Korgaonkar *et al.*, 2018); por esto es por lo que la escorrentía urbana es considerada como una fuente importante de contaminación y una de difícil localización, debido a que su origen es en áreas extensas, su vertido no es constante y está caracterizado por la aleatoriedad debido a las lluvias (Zafra *et al.*, 2007).

#### **11.5. Reducción de escorrentías**

Se ha reportado que al aumentar el área de techos verdes se disminuye de manera proporcional el porcentaje de inundaciones, así como la saturación de tuberías de la zona (Contreras y Villegas, 2019). Además, los techos verdes pueden tener altos porcentajes de retención de escorrentías, especialmente en los eventos pluviales leves (Stovin *et al.*, 2012). Una capa de 8 a 12 cm de profundidad de un techo verde extensivo puede absorber aproximadamente 2.5 cm de agua de lluvia (Scholz y Tanner, 2004) ya que estos tienen la capacidad de absorber, filtrar, retener y almacenar entre 30% al 80% de la precipitación anual que cae sobre ellos; dependiendo principalmente de dos factores, el grosor del sustrato y las precipitaciones en el área. Lo que ayuda a reducir el flujo de agua. los techos verdes reducen las tasas máximas de flujo y retrasan cualquier escorrentía que pueda ocurrir más adelante, reduciendo así el volumen total de agua que llega a los sistemas de alcantarillado. Las cuencas hidrográficas también están protegidas de la contaminación de fuentes difusas, como los sedimentos y la sobrecarga de nutrientes. (Federal technology alert, 2004). Como resultado de la revisión, se puede establecer que son tres factores los cuales permiten la reducción de escorrentía:

1. Retrasar el inicio de la escorrentía;
2. Reducir la cantidad de escorrentía; y
3. Distribuir la escorrentía durante un período de tiempo más prolongado mediante la liberación lenta del exceso de agua intersticial del sustrato (Speak, Rothwell, Lindley, & Smith, 2013).

### **11.6. Reducción de pico máximo de escorrentía**

La escorrentía de una tormenta puede rápidamente sobrecargar un sistema de alcantarillado urbano, especialmente uno combinado que captura los desechos sanitarios, así como aguas pluviales. Bordillos, cunetas, tuberías y todos los barrancos dirigen la escorrentía al mismo sistema de alcantarillado y tomas. Al contar con un techo verde, la lluvia pasa lentamente a través de una capa de tierra. Esto reduce el pico máximo de la escorrentía y ayuda a regular el flujo hacia el alcantarillado e instalaciones de tratamiento de agua durante períodos de fuertes lluvias. (FEMP, 2004).

### **11.7. Detención de escorrentía**

Silva y colaboradores (2020) determinaron que los resultados presentes en su estudio indican que el techo verde puede retener la lluvia de manera efectiva y retrasar el inicio de la escorrentía de los eventos de lluvia. Por ello se podría definir la detención de escorrentía como el tiempo de retraso entre el pico de lluvia y el pico de escorrentía en comparación con las áreas naturales (Locatelli, y otros, 2014).

### **11.8. Modelo matemático**

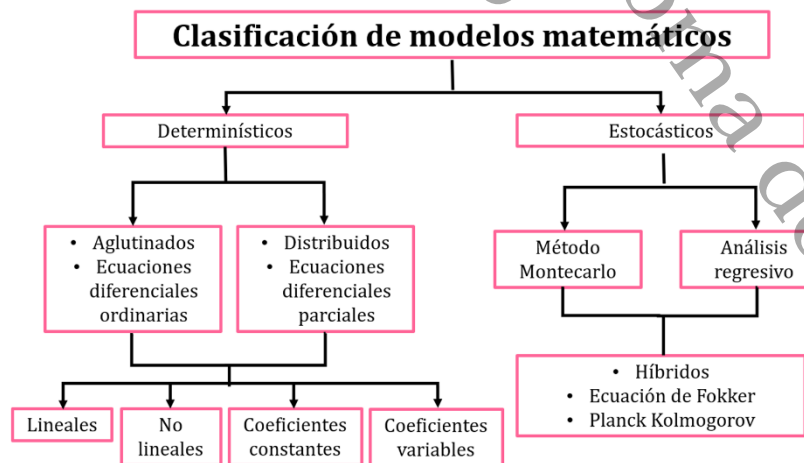
Un modelo constituye una representación o abstracción de la realidad. Entre los diferentes tipos de modelos se pueden mencionar los analógicos, físicos, gráficos, esquemáticos y matemáticos. La modelización matemática es un intento de describir alguna parte del mundo real en términos matemáticos.

Diversos modelos matemáticos han sido construidos en todas las ciencias tanto físicas, como biológicas y sociales. Los elementos que lo componen son tomados del cálculo, el álgebra, la geometría y otros campos afines (Brito-Vallina *et al.*, 2011).

Los modelos matemáticos pueden ser clasificados según la Figura 2 (adaptado por Domínguez, 2000). En particular, da Silva *et al.* (2019) afirma que los principales mecanismos hidrológicos en los techos verdes durante un evento pluvial son la interceptación y retención de la lluvia por la vegetación. El modelo de transferencia de masa en el sustrato debe considerar la cantidad de agua de lluvia, el agua de drenaje y la pérdida de agua por evapotranspiración, como se muestra en la Figura 3. Considerando el sustrato como un medio poroso indeformable con propiedades uniformes horizontalmente (Quezada- García *et al.*, 2020).

**Figura 2.**

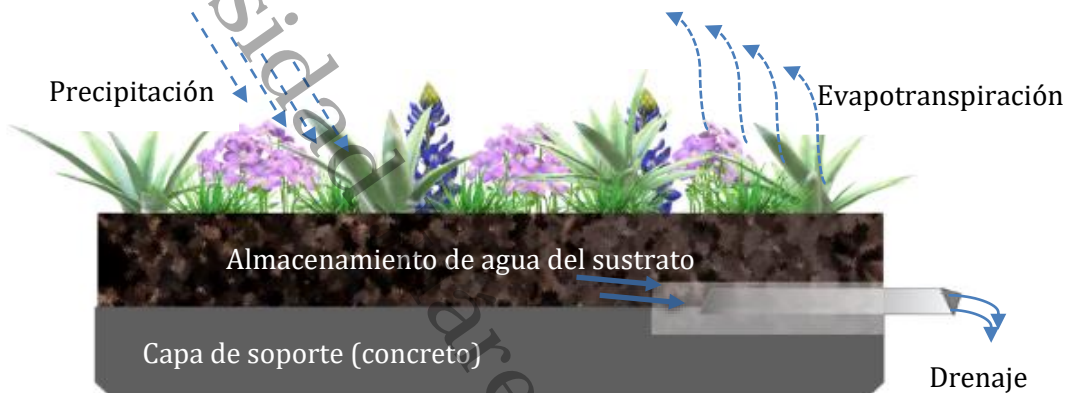
*Clasificación de los modelos matemáticos.*



*Nota:* La clasificación fue realizada por Domínguez (2000).

**Figura 3.**

*Transferencia de masa en un techo verde.*



*Nota:* La figura 3 es una adaptación de Quezada-García *et al.* (2020).

## 12. Contexto del problema

---

El creciente aumento de la población y la creación de más zonas impermeables, que poseen construcciones de concreto, por ejemplo, ha generado que el agua, cada vez en mayor cantidad, sea conducida hacia sistemas de drenaje y alcantarillas, que se ven cada vez más rebasados, esto sobre todo durante los picos máximos de precipitación, esto genera una sobre carga de los sistemas, generando problemas, como las inundaciones y encharcamientos, con cada vez mayor frecuencia, lo que genera daños a las infraestructuras, como a la calidad de vida de los habitantes de la zona. Con esta visión de la problemática, los techos verdes se presentan como una alternativa emergente, innovadora y sostenible, permitiendo no solo la recuperación de zonas de infiltración perdidas por las acciones antropogénicas, si no y sobre todo el almacenamiento temporal de agua pluvial, contribuyendo a disminuir el volumen de escurrimientos y con ello, el riesgo de inundaciones en zonas urbanas.

El estado de Tabasco es caracterizado por su alta frecuencia e intensidad de precipitaciones pluviales debido a su clima tropical, la implementación de techos verdes podría representar una medida efectiva para mitigar el impacto de las lluvias sobre las áreas urbanas. No obstante, hasta el momento, no se han realizado estudios específicos que evalúen la capacidad de los techos verdes para retener agua pluvial en esta región, lo que plantea una oportunidad para desarrollar investigaciones que permitan adaptar esta tecnología a las condiciones climáticas locales y maximizar sus beneficios.

### 13. Antecedentes

---

Existen diversas investigaciones relacionadas al empleo de techos verdes como una estrategia para el manejo de escorrentías pluviales en las ciudades.

Burszta-Adamiak (2012) estudió la capacidad de retención de aguas pluviales que posee un techo verde instalado en Polonia. Entre las variables determinadas se encuentra el retardo de escorrentía y el flujo máximo (caudal pico) durante eventos pluviales registrados bajo condiciones locales. Los resultados de esa investigación durante 153 eventos pluviales indican que los techos verdes poseen una capacidad significativa de reducir el volumen total de salida, así como a disminuir el tamaño del flujo máximo en comparación a la intensidad máxima registrada de lluvia. La capacidad de retención varió entre 82.5 y 85.7% y en el caso de eventos pluviales con precipitaciones menores a 1 mm/d, la capacidad de retención fue cercana al 100%. Por su parte, en estudio posterior, Burszta-Adamiak y Mrowiec (2013) emplearon el simulador SWMM (*Storm Water Management Model*) de la USEPA, la agencia nacional de protección ambiental estadounidense, para analizar el desempeño de un techo verde establecido en Polonia para la retención de aguas pluviales. La conclusión de ese estudio indica la dificultad de emplear modelos hidrológicos genéricos para aplicaciones específicas en techos verdes. Algunos parámetros del techo no son satisfactoriamente representados en el simulador tales como la pendiente de inclinación, la cobertura vegetal y el proceso de pérdida de agua durante periodos intermedios entre eventos pluviales. Por ello, los autores consideran necesario realizar más investigación experimental y teórico-numérica para considerar estos aspectos en la simulación hidrológica del techo verde.

Stovin et al. (2013) construyeron un modelo conceptual de flujo hidrológico que fue capaz de simular de forma continua y a largo plazo el riesgo de escorrentía y sequías para los sistemas de techos verdes. En este estudio encontraban que la capacidad de retención de un techo verde no sólo es dependiente de sus características físicas, sino que también está condicionada por los controles climáticos locales, incluidas las características de la lluvia, así como la recuperación de la capacidad de retención por evapotranspiración en periodos de clima seco. El modelo incorporó una ecuación de salud que vincula los errores de evapotranspiración con los registros de humedad del sustrato y se contrastó con los datos de escorrentía medidos. La aplicación del modelo a techos verdes extensivos se ilustró con referencia a cuatro ubicaciones del Reino Unido, ya que las cuatro quedan caracterizadas por regímenes climáticos contrastados y emplea entradas de series de tiempo de lluvia de 30 años en pasos de tiempo de simulación de una hora.

Se determinó que la capacidad de retención depende de las condiciones climáticas locales, dado que la retención volumétrica varió de 0.19 (clima frío húmedo) a 0.59 (clima cálido seco). También tiene en cuenta la retención por evento, y está demostrado que el rendimiento de la retención decrece de forma ostensible cuando se consideran los eventos de período de retorno alto por separado. La herramienta de simulación que establecieron también podía de hecho ofrecer información útil sobre las probabilidades de eventos de sequía, para aquellas situaciones en las que puede ser necesario un programa de riego. Un estudio de sensibilidad sugiere que los techos verdes con menor capacidad de retención de humedad y/o menores tasas de evapotranspiración tenderán a ofrecer niveles más bajos de retención, mientras que la alta capacidad de retención de humedad y las bajas tasas de evapotranspiración ofrecen la mayor resistencia a la sequía.

Por su parte, Carson (2014) evaluó el desempeño de techos verdes como estrategia de control de escorrentías en la ciudad de Nueva York. En su estudio realiza un diagnóstico de la infraestructura urbana reconociendo el impacto de ésta sobre la calidad ambiental, los ecosistemas locales y el ciclo hidrológico. En particular, la ciudad de Nueva York ha invertido 1,500 millones de dólares en los últimos 20 años para mejorar la calidad ambiental de sus ecosistemas acuáticos. Como resultado, en la investigación de Carson se analiza el potencial de los techos verdes como alternativas de manejo de aguas pluviales cuantificándose la influencia de las propiedades físicas y ambientales sobre el desempeño hidrológico del techo verde y el empleo de modelos hidrológicos para la evaluación de esta tecnología. En otro estudio realizado en la propia ciudad de Nueva York (USEPA, 2014), la Agencia Ambiental de los Estados Unidos de América reportó el desempeño de diversos techos verdes extensivos, en tres variantes: bandeja modular (*modular tray*), alfombra vegetal (*vegetated mat*) y de capas superpuestas (*built up*). Para estimar el desempeño en la retención de agua, se monitoreó el agua pluvial de cuatro techos verdes a gran escala para más de 100 eventos pluviales durante 23 meses. Las conclusiones del estudio fueron: *i*) la escorrentía de techos verdes tiene una relación cuadrática con respecto a la cantidad de la precipitación (expresada como espesor de lámina de agua), *ii*) la relación entre la precipitación y la lámina de agua en el techo verde (volumen de agua pluvial dividido por el área de drenaje) puede describirse por una ecuación de escorrentía característica y específica para cada techo verde, *iii*) la ecuación de escorrentía puede emplearse con datos históricos de lluvia para reducir el sesgo en el desempeño de los techos verdes para la retención de agua pluvial, *iv*) el sistema de bandeja modular capturó la menor cantidad de precipitación para eventos entre 0 y 20 mm, y la mayor cantidad de precipitación para eventos de más de 30 mm, y *v*) las predicciones multianuales muestran que el sistema de capas superpuestas retendrá más lluvia que el sistema de bandeja modular, mismo que fue superior

a los sistemas de alfombra vegetal. Por último, en este estudio se recomienda realizar un diseño técnico adecuado, considerar la capacidad de retención de agua por parte del sustrato y en función del tamaño del evento pluvial.

Kemp (2018) evaluó la influencia del tipo de plantas en la retención de agua en techos verdes, comparando tres especies de hoja ancha fisiológicamente activas (*Heuchera micrantha*, *Salvia officinalis* y *Stachys byzantina*), que previamente habían demostrado proporcionar un mejor enfriamiento en los techos, contra una especie de techo verde estándar en techos verdes comerciales, *Sedum spurium*. Además, se estudió el impacto de la variación de las condiciones de temperatura y humedad ambiental sobre la capacidad de estas especies para recuperar la retención del sustrato vía evapotranspiración a través de una serie de experimentos de ambiente controlado que simulan una variedad de posibles escenarios de verano en el Reino Unido. Las marquesinas por sí solas retuvieron hasta el 17% (*Sedum*) de la lluvia total en este estudio, con *Salvia* y *Stachys* también reteniendo más del 10%, y pueden hacer una contribución sustancial a la retención de lluvia en un techo verde. La retención de lluvia también se correlacionó fuertemente con la evapotranspiración total en las 72 h anteriores ( $R^2 = 0.94$ ;  $P < 0.001$ ). Las especies con altas tasas de evapotranspiración (*Salvia* y *Stachys*) brindaron la mejor gestión de aguas pluviales (hasta un 72% de retención). Además, el orden de eficiencia de las especies, en términos de ET y, por lo tanto, de recuperación de la capacidad de retención del sustrato, fue el mismo en todos los escenarios potenciales simulados de temperatura y humedad relativa durante el verano en el Reino Unido, lo que indica que las especies más eficientes podrán proporcionar la mayor provisión de gestión de aguas pluviales. en todas las condiciones climáticas.

Schultz (2018) evaluó los efectos de la profundidad del sustrato y las características de precipitación en la retención de aguas pluviales por dos techos verdes en Portland, Oregón. Se compararon los patrones de escorrentía de dos techos verdes extensivos con profundidades de sustrato de 7.5 y 12.5 cm, durante un período de un año. La precipitación, el riego y la descarga de aguas pluviales se monitorearon continuamente y se investigó en detalle el desempeño de los techos verdes para el control de las aguas pluviales. Durante el período de estudio, los techos verdes de 12.5 cm y 7.5 cm retuvieron el 32.9% y el 23.2% de toda la precipitación por volumen, respectivamente. Se encontró que la respuesta hidrológica de los techos verdes durante los eventos de tormenta individuales depende en gran medida de la profundidad total del evento de tormenta, así como de la duración del período previo de clima seco. Las diferencias en el rendimiento entre las dos profundidades del sustrato fueron más pronunciadas para tormentas pequeñas con largos períodos de tiempo seco previos. Ambos techos verdes mostraron una fuerte dependencia estacional en la retención de agua de lluvia, con un porcentaje de retención más alto en los meses de verano relativamente secos en comparación con una retención más baja en los meses de invierno más húmedos. Estos hallazgos tienen implicaciones importantes para la instalación efectiva de techos verdes para el manejo de aguas pluviales en nuestra región debido a la mayor frecuencia de tormentas durante los meses húmedos de invierno.

Recientemente, Quezada-García *et al.* (2020) realizó una revisión de los modelos matemáticos de las últimas tres décadas en materia de la transferencia de masa llevada a cabo en los techos verdes, los modelos matemáticos abordados en esta revisión fueron: los modelos de transferencia de calor, desde el de Zhang *et al.* (1997) para la transferencia de calor en techos verdes en estado estacionario y que predice parcialmente la temperatura en superficies vegetales; del Barrio (1998) que propone un modelo dinámico en

una sola dimensión y que determina el potencial de enfriamiento de los techos verdes en el verano. Esta revisión también incluye los métodos de cálculo de flujo de calor, modelos de transferencia de masa, como los de Locatelli (2014), el cual propuso un modelo de desempeño hidrológico para techos verdes; Ouldboukhitine *et al.* (2011) que se basó en el modelo de Sailor y añadió una ecuación que permite calcular la transferencia de masa; Sin embargo, ninguno de estos sistemas ha sido validado en su totalidad, ninguno fue realizado en climas tropicales, con altos niveles de precipitación.

De manera general existen estudios que se han realizado sobre otros beneficios de los techos verdes instalados en climas del trópico húmedo y empleando vegetación nativa de Tabasco. A modo de ejemplo están: Canul-Gómez (2014) quien determinó el efecto de los factores ambientales sobre el desarrollo fenológico de tres especies vegetales tropicales (*Tradescantia pallida*, *Tradescantia spathacea* y *Cyperus ligularis*) en una unidad experimental de techo verde extensivo. Así mismo, Sanlúcar-Estrada (2016) formuló un modelo matemático como método indirecto para predecir el área foliar total de especies vegetales utilizadas en techos verdes a partir de distribuciones de probabilidad utilizando las medidas lineales de longitud y anchura máxima de la hoja, obtenidas de una unidad experimental de techo verde tipo extensivo, instalada en Villahermosa, México. En otro trabajo, Fuentes-Velasco (2014) establece el ahorro de energía que conseguiría instalar un techo verde en un clima tropical cálido húmedo por medio de simulaciones por ordenador con distintas condiciones estructurales de edificios. Para eso, fue necesario la medición de variables ambientales y operativas de una unidad experimental de un techo verde y de uno convencional, obteniéndose datos sobre la diferencia de temperatura de ambos techos y fueron usados en las simulaciones de energía.

## 14. Hipótesis

---

Las simulaciones computacionales, basadas en el modelo matemático propuesto permitirán estimar con precisión el desempeño hidrológico de un techo verde en zonas urbanas del trópico húmedo. Este modelo describirá de manera detallada la relación entre las condiciones meteorológicas anteriores a un evento de precipitación y la eficacia del sistema en la retención y gestión escurrimiento pluvial

## 15. Justificación

---

En el estado de Tabasco, con un clima tropical húmedo predominante, ocurre una precipitación considerable promediando desde 1985 al 2020 de un total de 2,249.3 mm anuales de acuerdo con los datos históricos de la Comisión Nacional del Agua (ver Fig. 4). Además, aunado a que el tipo de suelo es en su mayoría de tipo vertisol, suelos con alto contenido en arcillas y que presentan problemas de drenaje (INAFED), estas condiciones han generado inundaciones a lo largo de toda la historia del estado. Sin embargo, el crecimiento constante de las zonas impermeables (edificios, vías de comunicación o infraestructura urbana en general) ha generado una propensión particularmente mayor en las zonas más urbanizadas, esto debido a la falta de áreas verdes que puedan administrar las escorrentías. Esto se demostró con las inundaciones que acontecieron en Tabasco en los años 2007 y 2020.

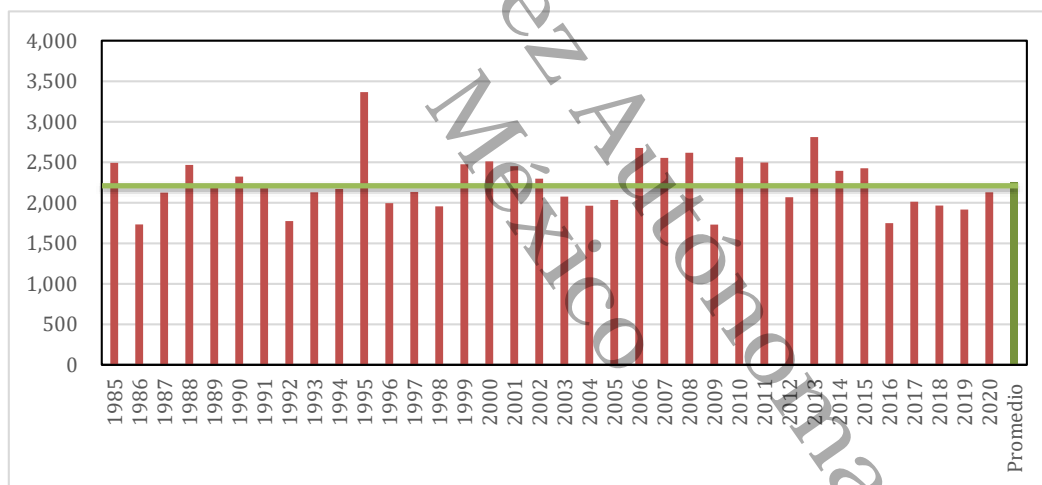
Los techos verdes son una ecotecnología que conlleva un gran número de beneficios en las zonas donde son empleados, el aumento de la diversidad de plantas (aunado al uso de especies nativas), así como la disminución de zonas asfaltadas y disminución de la contaminación aérea serán solo algunos de los beneficios secundarios. Como principal punto estaría la capacidad de retención y detención de las escorrentías. Es por esto por lo que un modelo matemático que ayude a determinar la predicción hidrológica de los techos verdes es de suma importancia, sobre todo en regiones tan propensas a las inundaciones, como lo son las zonas del trópico húmedo.

Durante el desarrollo de esta investigación se planteará un modelo matemático que sea capaz de predecir el desempeño hidrológico de los techos verdes bajo distintas condiciones y a lo largo de determinados periodos de tiempo. Lo anterior coadyuvará en el uso de esta tecnología en zonas tropicales lo que

puede ser sumamente beneficioso desde la perspectiva ambiental, pero también desde un enfoque socioeconómico ya que el análisis integral de las escorrentías a partir de esta ecotecnología podría evitar inversiones excesivas en servicios públicos y disminuir las pérdidas por daño a bienes de la comunidad, causados por inundaciones por un manejo ineficiente de estas escorrentías pluviales.

**Figura 4.**

*Precipitación en Tabasco en los últimos 35 años.*



*Nota:* Elaboración propia basada en los datos de precipitación mensual promedio de 1985-2020, CONAGUA.

## 16. Objetivos

---

### 16.1. Objetivo general

Proponer un modelo matemático de balance hídrico, para estimar la capacidad de los techos verdes para reducir el volumen de escorrentías en zonas urbanas tropicales, causadas por precipitaciones pluviales en función de las condiciones medioambientales, propiedades físicas del sustrato, vegetación y las consideraciones de diseño de los techos verdes.

### 16.2. Objetivos específicos

- Desarrollar un modelo matemático que considere diversos aspectos que afectan el desempeño hidrológico de un techo verde, tales como criterios de diseño del techo, variables climatológicas y meteorológicas, y especies usadas como cobertura vegetal.
- Calibrar y validar el modelo matemático a partir de información experimental adquirida en una unidad semi-piloto, empleando registros de precipitación, escorrentía y humedad del sustrato.
- Determinar el volumen de escorrentías que puede ser reducido empleando techos verdes en clima tropical húmedo, en función de sus parámetros de diseño, tales como tamaño del módulo, profundidad del sustrato, altura de la vegetación, inclinación del techo, entre otros
- Simular diversos escenarios de reducción de escorrentías empleando techos verdes como una ecotecnología de uso extendido en zonas urbanas.

## 17. Metodología

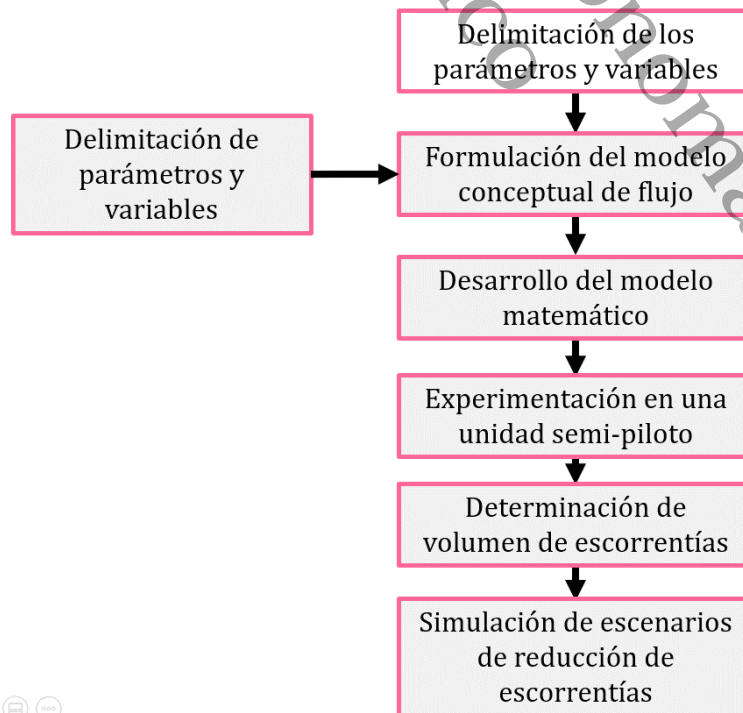
Para la realización del presente trabajo se siguieron una serie de pasos enumerados a continuación (Figura 5), los cuales fueron adaptados de la metodología llevada a cabo por Domínguez (2000) y Stovin *et al.* (2013).

### 17.1. Descripción del área de estudio

La unidad experimental del techo verde está ubicada en las coordenadas 18° 03'54.18" N, 93°10'49.02" O a una altitud de 17 msnm, en el municipio de Cunduacán, Tabasco (Figura 6), sobre el techo de una casa habitación de un solo nivel, el techo de la misma cuenta con un área de 186.2 m<sup>2</sup>. En la zona, el tipo de clima es cálido húmedo con abundantes lluvias en verano, las temperaturas medias varían de 26 °C a 28 °C y una precipitación promedio de 1,500 a 2,500 mm (INEGI, 2020).

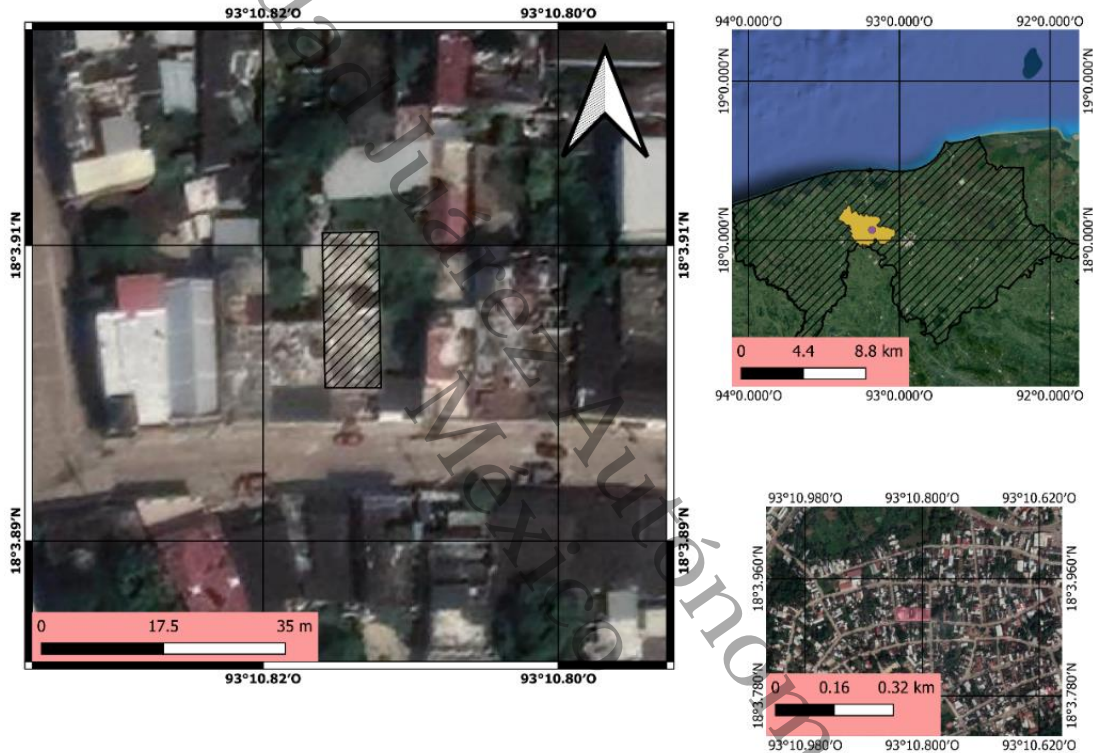
#### Figura 5.

*Metodología para la realización del modelo matemático.*



**Figura 6.**

*Ubicación y coordenadas del lugar donde se construyó la unidad experimental.*



## 17.2. Desarrollo del modelo matemático

Con base en el objetivo de la modelación y la disponibilidad de información existente, se estableció un modelo conceptual que aspira a representar los procesos más relevantes relacionados con el balance hídrico en un techo verde. En el modelo conceptual también se plantean las presunciones generales sobre el proceso y las limitaciones planteadas por el nivel técnico de su realización.

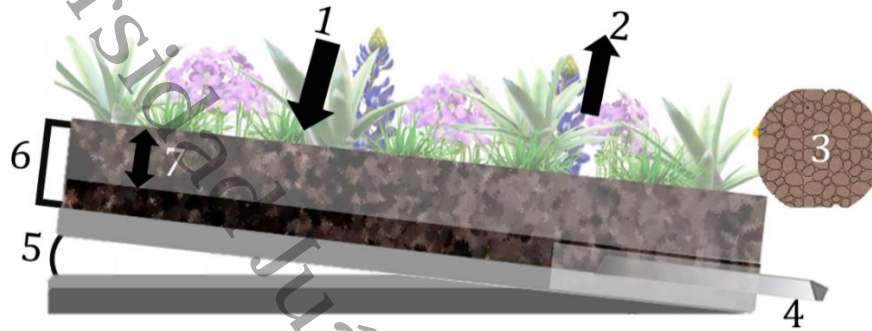
El modelo matemático aquí propuesto está basado en un sistema de ecuaciones algebraicas que aproximan un estado no estacionario a través de diferencias

finitas. Este sistema de ecuaciones resulta de la aplicación del balance de masa de agua en el techo verde bajo un enfoque de largo plazo; esto es, considerando las condiciones ambientales previas a un evento pluvial y que afectan al desempeño del techo verde para retener y retardar la escorrentía. Como consecuencia, se consideró también el efecto de la evapotranspiración, el contenido de humedad en el sustrato y los requerimientos de riego durante el periodo de sequía, tal y como ha sido analizado por Brito de Dios (2019). Con ecuaciones diferenciales ordinarias se plantea generar una matriz de ecuaciones (misma cantidad de variables que de ecuaciones) que se resuelvan simultáneamente por medio de una función o funciones que satisfagan las ecuaciones de la matriz, estas se resolverán en función de su complejidad, los sistemas de DAE con métodos simples (por ejemplo, métodos tipo Euler), métodos implícitos (métodos modificados de Runge-Kutta) o métodos BDF (*Backward Differentiation Formula*), tal y como lo describe Ascher y Petzold (1997).

Para la delimitación de los parámetros y variables del modelo matemático: Se realizó un análisis, con base en la información bibliográfica obtenida, para delimitar la influencia que cada parámetro y variable posee en el desempeño hídrico de los techos verdes.

**Figura 7.**

*Fenómenos y parámetros considerados en la modelación hidrológica de un  
techo verde.*



*Nota:* Los números en la imagen representan lo siguiente: 1. Precipitación captada, 2. Tasa de evapotranspiración, 3. Características del sustrato, 4. Drenaje del módulo, 5. Inclinação del módulo, 6. Grosor de capa de sustrato, 7. Capacidad de retención.

### **17.3. Delimitación de parámetros y variables a emplear en el modelo matemático**

Para establecer los parámetros se tomó en consideración los establecidos y utilizados por modelos matemáticos e investigaciones anteriores, tales como: Aguirre & Morera, 2014; Baryła, Karczmarczyk, Bus, & Hewelke, 2018; Grupo tragsa, 2018; Hamouz & Muthanna, 2019 y Hernández-Pintado, 2021:

- Parámetros de entrada por el usuario
  - Altura de agua en el techo verde;
  - Porosidad;
  - Densidad de partícula;
  - Contenido volumétrico;
  - Capacidad de campo;
  - Profundidad de sustrato;

- Capacidad máxima de retención de agua;
- Nivel de llenado (%);
- Número de tuberías de descarga;
- Diámetro de las tuberías de descarga;
- Coeficiente de descarga específico; y
- Altura del tubo desde el fondo.
  
- Parámetros de entrada por unidad meteorológica
  - Precipitación pluvial;
  - Radiación solar;
  - Velocidad del viento;
  - Temperatura; y
  - Dirección del viento.
  
- Parámetros por calcular
  - Evapotranspiración;
  - Contenido volumétrico;
  - Acumulación de agua;
  - ángulo del sector circular relacionado con el segmento;
  - sección transversal mojada; y
  - La altura del nivel de agua dentro de sección transversal de la tubería.
  
- Parámetros de salida dados por el programa
  - Escorrentía; y
  - Coeficiente de descarga.

#### **17.4. Mediciones meteorológicas**

Para asegurar la certeza de los resultados que fueron obtenidos, para las mediciones de los parámetros climáticos que fueron mencionados en el punto

anterior, se llevó a cabo por medio de una estación meteorológica Ambient Weather WS-2000, mostrada en la figura 8. Esta estación cuenta con un equipamiento que permite registrar los datos de manera precisa y en tiempo real, de variables como la temperatura, temperatura del aire, presión atmosférica, la velocidad y dirección del viento, la cantidad de precipitación, así como los niveles de radiación solar. Con estas mediciones se pueden evaluar las condiciones ambientales que afectan el desempeño de los techos verdes y otras aplicaciones en el contexto del estudio

En la búsqueda de complementar los datos, se incluyó la medición del sustrato, por medio del sensor modelo WH31SM, que se pudo integrar de manera simultánea a la estación meteorológica, este es un parámetro crítico para analizar la capacidad de retención de agua del techo verde y el estado hídrico del sustrato. Este sensor permite obtener datos detallados sobre los niveles de humedad en el sustrato, lo que contribuye a una evaluación más completa de su desempeño bajo diferentes condiciones climáticas y su eficiencia en la gestión del agua pluvial.

**Figura 8.**

*Unidad de medición meteorológica.*



### 17.5. Instalación de la unidad experimental y monitoreo de variables

Para realizar la calibración del modelo matemático se instalaron dos unidades experimentales, en distinto ángulo de inclinación, lo cual permite tener este factor en consideración; las cuales constan de cajones de madera de 1x1.90x0.3 m cada uno de estos tiene 4 orificios de desagüe, un par a 0.05 m a partir de la base del techo y otro a 0.03 m de la misma distancia, de un diámetro de 2 in cada uno; así mismo uno de los techos fue colocado a un ángulo de 5° y el otro sin inclinación, de esta manera se consideran ciertas variaciones para la calibración del modelo.

- Unidades

En cada unidad experimental se colocaron bandejas modulares de 3 x3. Bandejas modulares: Para la instalación de los techos verdes se emplearon bandejas modulares para techos verdes extensivos de la marca LiveRoof® modelo estándar, con una anchura de 0.305 m por 0.11 m de altura y 0.610 m de longitud. Estas se colocaron con ángulos de inclinación de 15° y 0° respectivamente, para contar con dos variaciones de la información.

#### Figura 9.

*Unidades y bandejas modulares.*



- Vegetación
  - Selección de la vegetación

Las especies vegetales por emplear serán aquellas que cumplan con: ser especies autóctonas de la región y que a su vez tengan la resistencia adecuada.

Para este fin se seleccionaron las propuestas por (García Trinidad, 2019): *T. spathacea* conocida como maguey morado, esto debido a la adaptabilidad y resistencia de la planta, así como la facilidad en su reproducción.

**Figura 10.**

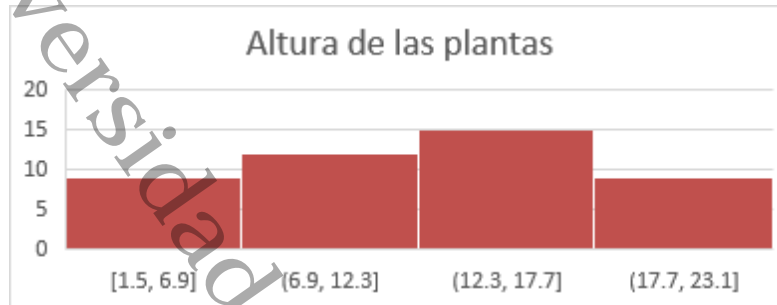


*Reproducción y adecuación de Tradescantia spathacea*

Se contaba con un total de 142 individuos los cuales fueron medidos en altura, número de hojas y su hoja más larga, estos datos fueron ordenados de menor a mayor y jerarquizados como se mencionaron anteriormente, tomando como dato principal la altura como se muestra en la figura 11. se contaba con un mayor número de individuos en un intervalo de 7 a 17 cm por lo cual se tomaron las 90 plantas centrales para las unidades.

**Figura 11.**

*Alturas de los individuos reproducidos para selección*



**Tabla 1.**

*Datos estadísticos de los individuos seleccionados para las unidades experimentales*

	Altura de las plantas	N. de hojas	largo
Media:	11.68369565	7.76086957	9.65217391
Mediana:	12	7	8.75
Desviación estándar	2.785181173	3.07998294	5.63173227
Diferencia	9.2	16	53.2

- Cálculo de área foliar

El área foliar es un parámetro de suma importancia para los cálculos de evapotranspiración, es por ello por lo que al no haber encontrado este en fuentes previas, se decidió realizarlo de manera manual, es por eso por lo que, Con el objetivo de determinar la superficie de las hojas de las plantas, se aplicó el método de Nafarrate Hecht, A. C. (2017). Como parte de esa metodología se han recogido y escaneado las hojas de la Tradescantia spathacea, como se muestra en las figuras 12 y 12. Las imágenes escaneadas, que se obtuvieron en color, pasaron posteriormente por un proceso para generar las imágenes binarias

(blanco/negro) correspondientes a cada escaneo y para ello se tuvo que utilizar el software específico ImageJ v1.46r de Ferreira y Rasband (2012).

La utilización del software ImageJ permitió, justo como se espera, calcular el área de la superficie de las hojas escaneadas, para lo cual se tuvo que agregar a cada imagen y escaneado un objeto de área conocida, que se utilizó como un cuadro gráfico con un área de 1 cm<sup>2</sup>. Esto garantizó que las medidas se realizaran en condiciones de homogeneidad y permitieron tener el área de las hojas de forma precisa, lo que fue fundamental para los cálculos posteriores que se llevaron a cabo y que se relacionaron con el modelo.

**Figura 12 y 13.**

*Escaneo inicial de las hojas de Tradescantia spathacea.*



*Nota:* Las imágenes 15 y 16 muestran la captura de pantalla y el escaneo del proceso de transformación de la imagen a color a imagen binaria, utilizando el software ImageJ. En las dos imágenes se puede observar el cuadrado de

comparación que es de (1 cm<sup>2</sup>), el cual es utilizado como referencia para calcular el área que obtienen las hojas de *T. spathacea*.

- Proporción de la mezcla de sustrato

Para la obtención de proporciones de sustrato a utilizar, se optará por la proporción de sustrato determinado por (Hernández Pintado, 2021), ya que es la combinación de sustratos que ha funcionado en trabajos previos (García Trinidad, 2019); así se tiene que la proporción en volumen es 60% fibra de coco por 40% agrolita. La fibra de coco la conseguimos de la empresa Germinaza, la cual está en Armería, Colima y la agrolita la conseguimos de la empresa Dicalite©, la cual está en la ciudad de Tlalnepantla, Estado de México.

- Bandejas modulares

La singularidad de las bandejas modulares utilizadas en este trabajo es que permitan albergar plantas en su categoría de suculentas o bulbos, lo que implica ciertas características estructurales relacionadas con el drenaje del agua, pues es la primera y más básica manera de evitar el encharcamiento y por tanto también se podría decir que es la primera característica que tienen estas bandejas para conseguir un buen entorno para este tipo de vegetación con baja disponibilidad de agua. Pero, debido a las necesidades particulares del estudio, es necesario también modificar el diseño inicial de estas bandejas para poder conseguir una buena retención del agua en el sustrato y minimizar las pérdidas de material.

Para esta finalidad se cubrieron entre el 60% y el 80% de los agujeros de drenaje con una tela de tipo jardinera, la cual ha sido seleccionada específicamente por dejar salir el agua y retener las partículas más finas del sustrato.

Esta adaptación es una manera de conseguir que se mantenga un nivel de humedad más acorde a las condiciones del experimento además de ayudar a que el sustrato no llegue a desplazarse o perderse a través de estos orificios cuando llueve o se riega, asegurando así la estabilidad del medio de cultivo y la eficiencia del sistema de cultivo.

### **17.6. Implementación de la interfaz gráfica de usuario**

El modelo matemático y su solución numérica será implementado en el lenguaje de programación Visual Basic for Applications en Microsoft Excel, usando macros. La GUI (interfaz gráfica de usuario, del inglés Graphic User Interface) será programada mediante controles ActiveX y contendrá un formulario de inicio con el menú general donde se hallarán las opciones de cálculo y la entrada de datos necesarios para las simulaciones de lluvias. Los resultados de la simulación se mostrarán a nivel de hojas de cálculo y gráficos dentro del propio Libro de Microsoft Excel.

Se implementó la interfaz gráfica (Fig. 2) con la finalidad de segmentarla según las distintas variables y procesos que se tienen que obtener, esto se realizó mediante una tabla en la cual cada uno de estos apartados o secciones tiene una función, y estos apartados son:

- Sustrato;
- Drenaje;
- Proyecto;
- Ubicación; y
- Gráfico.

**Figura 14.**

Interfaz gráfica de usuario para la entrada inicial de datos de la unidad de techo verde

Propiedades físicas	
Porosidad (%vol)	51.8
Densidad de partícula (kg/m <sup>3</sup> )	300
Capacidad de campo (%=100 m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> saturación)	35

Propiedades	
Tipo de suelo	Arenoso
Contenido de humedad en el suelo a capacidad de campo (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> )	0.12
Contenido de humedad en el punto de marchitez (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> )	0.045
Profundidad de la capa del suelo que es sujeta al secado (m)	0.07

Dimensiones	
Profundidad (m)	0.1

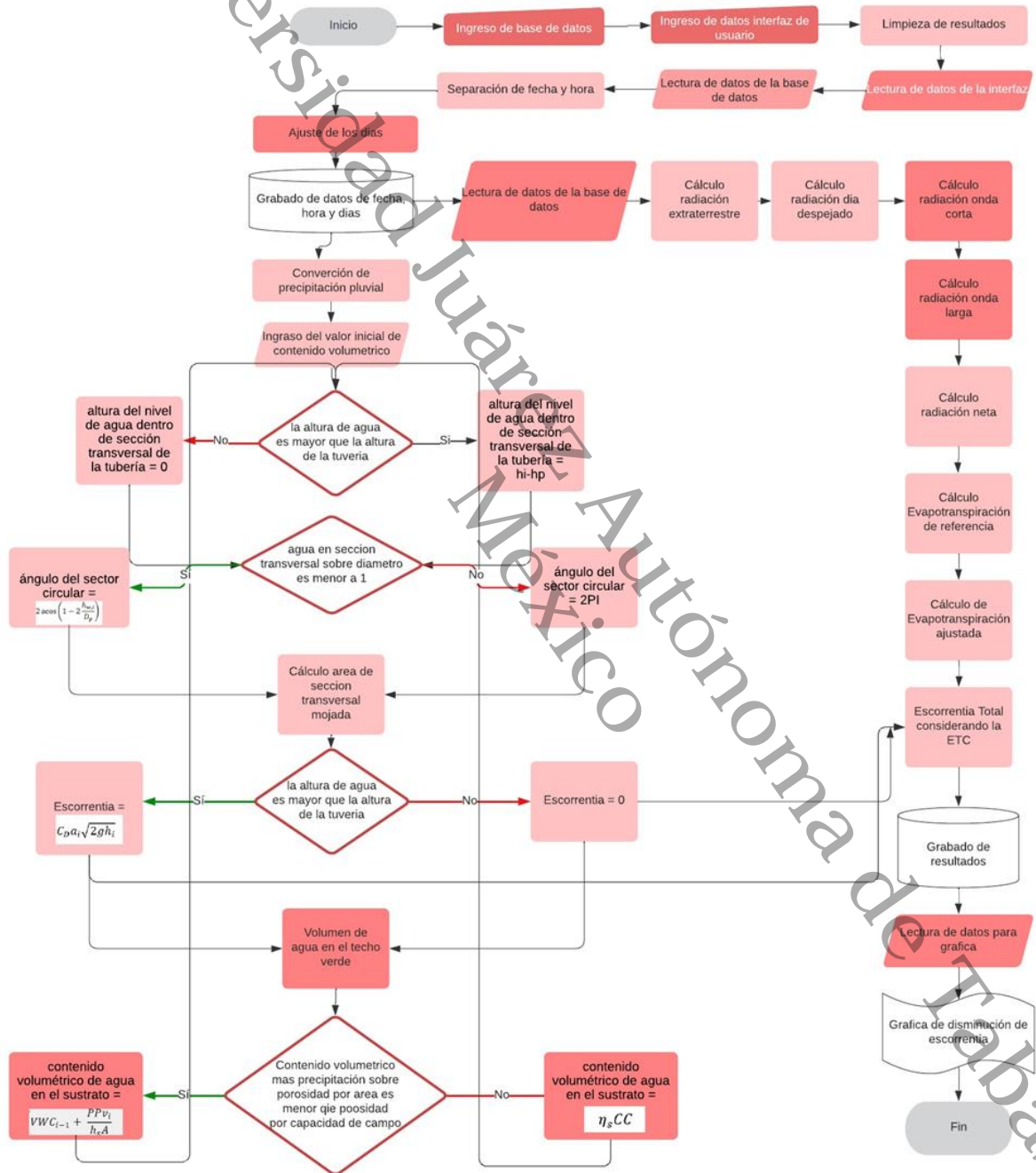
Propiedades iniciales	
Altura de agua en el techo verde (m)	0.01
Contenido volumetrico de agua (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> )	0.18

En cada uno de estos apartados podremos encontrar etiquetas donde indica el dato que se solicita, junto a estas etiquetas se encuentra un cuadro de texto donde el usuario ingresara el dato correspondiente a lo que se le solicita en dicha etiqueta donde se registrara el valor y se utilizara para realizar diversas funciones u operaciones. En el apartado más visual se buscó realizar el texto con una letra que fuera lo más visible posible con el fin de que fuera fácil de leer y comprender.

MODELO MATEMÁTICO PARA LA PREDICCIÓN DEL DESEMPEÑO  
HIDROLÓGICO DE TECHOS VERDES EN ZONAS URBANAS BAJO  
CONDICIONES DE TRÓPICO HÚMEDO

Figura 15.

Diagrama de flujo de la programación del modelo matemático



### 17.7. Implementación y programación del modelo matemático

La figura N representa el diagrama de flujo que permite observar la estructura y la lógica del modelo matemático programado. Este diagrama otorga un claro y ordenado aspecto al proceso observado, realizando las interacciones y relaciones entre algunos de los grupos de los cuales consta el modelo matemático. Ayuda a observar la secuencia de cálculos y de decisiones llevadas a cabo, fundamental para poder observar el funcionamiento del modelo y asegurar de este modo que se obtiene la respuesta correcta.

Donde se estipula:

#### 1.1.1. Declaración de parámetros

En este punto se recogen y se declaran los parámetros que tiene el modelo, mezclando la información que se introduce manualmente y de forma automática desde la base de datos de entrada de la meteorología recogida en un punto anterior. De esta manera se asegura que el modelo incorpore la información que necesita para poder funcionar.

#### 1.1.2. Cálculos mediante fórmulas estipuladas

En esta parte, se aplican las fórmulas que se han establecido en los apartados anteriores para poder hacer los cálculos que se requieren. Las fórmulas sirven para poder procesar y analizar los parámetros declarados y dan como resultado una serie de resultados que fundamentan el desarrollo y la validación de la programación del modelo matemático:

Para la modelación del desempeño hidrológico se consideró la evapotranspiración, ya que, si bien puede ser insignificante para un solo evento pluvial, para periodos largos de tiempo es un factor importante por considerar, las fórmulas utilizadas fueron las establecidas por la FAO en su manual “Evapotranspiración de cultivo”

En primera instancia se calculó la Evapotranspiración de referencia (ET<sub>0</sub>) la cual es una modificación de la ecuación de Penman-Monteith:

$$ET_0 = \frac{0.408\Delta(Rn - G) + y \frac{900}{T + 273} U_2 (e_s - e_a)}{\Delta + y(1 + 0.34U_2)} \quad (1)$$

donde:

$ET_0$	Evapotranspiración de referencia (mm día <sup>-1</sup> )
$Rn$	Radiación neta en la superficie del cultivo (MJ m <sup>-2</sup> día <sup>-1</sup> )
$Ra$	Radiación extraterrestre (mm día <sup>-1</sup> )
$G$	Flujo del calor de suelo (MJ m <sup>-2</sup> día <sup>-1</sup> )
$T$	Temperatura media del aire a 2 m de altura (°C)
$U_2$	Velocidad del viento a 2 m de altura (m s <sup>-1</sup> )
$e_s$	Presión de vapor de saturación (kPa)
$e_a$	Presión real de vapor (kPa)
$e_s - e_a$	Déficit de presión de vapor (kPa)
$\Delta$	Pendiente de la curva de presión de vapor (kPa °C <sup>-1</sup> )
$y$	Constante psicrométrica (kPa °C <sup>-1</sup> )

La radiación directa fue un parámetro medido con la unidad meteorológica, y con este dato se pudieron calcular el resto de las radiaciones, empleando las siguientes formulas:

#### Radiación extraterrestre

$$R_a = \frac{12 * 60}{\pi} G_{sc} d_r [(w_2 - w_1) \sin(\varphi) \sin(\delta) + \cos(\varphi) \cos(\delta) (\sin(w_2) - \sin(w_1))] \quad (2)$$

Donde:

- $R_a$  radiación extraterrestre por cada hora ( $\text{MJ m}^{-2} \text{ hora}^{-1}$ )  
 $G_{sc}$  constante solar =  $0,082 \text{ MJ m}^{-2} \text{ min}^{-1}$   
 $d_r$  distancia relativa inversa Tierra-Sol  
 $\delta$  declinación solar [rad]  
 $\varphi$  Latitud [rad]  
 $W_1$  ángulo de radiación al inicio del periodo [rad]  
 $W_2$  ángulo de radiación al final del periodo [rad]

La distancia relativa inversa Tierra-Sol,  $d_r$ , y la declinación solar,  $d$ , están dadas por:

$$d_r = 1 + 0.033 * \cos\left(\frac{2\pi J}{365}\right) \quad (3)$$

$$\delta = 0.409 * \text{sen}\left(\frac{2\pi J}{365} - 1.39\right) \quad (4)$$

Donde J es el número del día en el año entre 1 (1 de enero) y 365 (31 de diciembre).

Los ángulos de radiación solar al inicio y al final del período están dados por:

$$W_1 = w - \frac{\pi t_1}{24} \quad (5)$$

$$W_2 = w + \frac{\pi t_1}{24} \quad (6)$$

Donde

W ángulo solar en el momento en que ocurre el punto medio del periodo considerado [rad]

t<sub>1</sub> duración del periodo considerado [horas]

$$W = \frac{\pi}{12} [(t + 0.06667(L_z - L_m) + S_c) - 12] \quad (7)$$

Donde:

t hora estándar en el punto medio del periodo considerado (hora)

L<sub>z</sub> longitud del centro de la zona de tiempo local (grados oeste de Greenwich)

L<sub>m</sub> longitud de la zona de medición (grados oeste de Greenwich)

S<sub>c</sub> corrección estacional para el tiempo solar (horas)

$$S_c = 0.1645 \operatorname{sen}(2b) - 0.1255 \operatorname{cos}(b) - 0.025 \operatorname{sen}(b) \quad (8)$$

$$b = \frac{2\pi(J - 81)}{364} \quad (9)$$

donde J es el número de día en el año.

La radiación en días despejados

$$R_{so} = (0.75 + 2 * 10^{-5} * z) R_a \quad (10)$$

Donde:

z Elevación de la estación sobre el nivel del mar (m)

Radiación de onda corta

$$R_{ns} = (1 - \alpha)R_s \quad (11)$$

Donde:

- $R_{ns}$  Radiación neta solar o de onda corta ( $\text{MJ m}^{-2} \text{ día}^{-1}$ )  
 $\alpha$  Albedo o coeficiente de reflexión de cultivo = 0.23  
 $R_s$  Radiación solar entrante ( $\text{MJ m}^{-2} \text{ día}^{-1}$ )

Radiación solar de onda larga

$$R_{nl} = \sigma \left[ \frac{T_{max,K}^4 + T_{min,K}^4}{2} \right] (0.34 - 0.14\sqrt{e_a}) \left( 1.35 \frac{R_s}{R_{so}} - 0.35 \right) \quad (12)$$

Donde:

- $R_{nl}$  Radiación neta de onda larga ( $\text{MJ m}^{-2} \text{ día}^{-1}$ )  
 $\sigma$  constante de Stefan-Boltzmann [ $4,903 \times 10^{-9} \text{ MJ K}^{-4} \text{ m}^{-2} \text{ día}^{-1}$ ]  
 $T_{max,K}$  temperatura máxima absoluta [ $\text{K} = ^\circ\text{C} + 273.16$ ]  
 $T_{min,K}$  temperatura mínima absoluta [ $\text{K} = ^\circ\text{C} + 273.16$ ]  
 $e_a$  presión de vapor real [kPa]  
 $R_s/R_{so}$  radiación relativa de onda corta (valores  $\leq 1,0$ )  
 $R_s$  radiación solar medida o calculada [ $\text{MJ m}^{-2} \text{ día}^{-1}$ ]  
 $R_{so}$  radiación en un día despejado [ $\text{MJ m}^{-2} \text{ día}^{-1}$ ]

Radiación neta

La radiación neta ( $R_n$ ) es la diferencia entre la radiación neta de onda corta ( $R_{ns}$ ) y la radiación neta de onda larga ( $R_{nl}$ ):

$$R_n = R_{ns} - R_{nl} \quad (13)$$

Flujo del calor del suelo

Para los cálculos horarios (o más cortos), G bajo una cubierta densa de pasto no correlaciona bien con la temperatura del aire. El valor horario de G se puede aproximar durante períodos de luz por:

$$G_{hr} = 0.1 R_n \quad (14)$$

y durante los periodos nocturnos:

$$G_{hr} = 0.5 R_n \quad (15)$$

Presión medio de vapor de saturación

$$e^0(T) = 0.6108 * \exp \left[ \frac{17.27 * T}{T + 237.3} \right] \quad (16)$$

Donde:

$e^0(T)$  presión de saturación de vapor a la temperatura del aire, T [kPa]

T temperatura del aire [°C]

exp 2,7183 (base del logaritmo natural) elevado a la potencia

Presión real de vapor

$$e_a = e^0(T_{hr}) \frac{HR_{hr}}{100} \quad (17)$$

Donde:

$e_a$  promedio horario de la presión real de vapor [kPa]

$e^0(T)$  presión de saturación de vapor a la temperatura del aire  $T_{hr}$  [kPa]

$HR_{hr}$  promedio horario de la humedad relativa [%]

Pendiente de la curva de presión de vapor

$$\Delta = \frac{4098 * \left[ 0.6108 * \exp\left(\frac{17.27 * T}{T + 273.3}\right) \right]}{(T + 273.3)^2} \quad (18)$$

Donde:

- $\Delta$  pendiente de la curva de presión de vapor [kPa °C<sup>-1</sup>]  
 T temperatura del aire [°C]  
 exp presión de vapor de saturación a la temperatura T [kPa]

Calor Latente de Vaporización

$$\lambda = 2.501 - (2.361 \times 10^{-3})T \quad (19)$$

Donde:

- $\lambda$  calor latente de vaporización [MJ kg<sup>-1</sup>]  
 T temperatura del aire [°C]

Constante Psicrométrica

$$\gamma = \frac{C_p P}{\epsilon \lambda} \times 10^{-3} = 0.00163 \frac{P}{\lambda} \quad (20)$$

Donde:

- $\gamma$  constante psicrométrica [kPa °C<sup>-1</sup>]  
 $C_p$  calor específico del aire = 1,013 [kJ kg<sup>-1</sup> °C<sup>-1</sup>]  
 P presión atmosférica [kPa]  
 $\epsilon$  relación del peso molecular del vapor de agua / aire seco = 0.622  
 $\lambda$  calor latente de vaporización [MJ kg<sup>-1</sup>]

Coeficiente dual del cultivo

$$K_c = K_{cb} + K_e \quad (21)$$

Donde:

$K_{cb}$  coeficiente basal del cultivo

$K_e$  coeficiente de la evaporación del agua del suelo

Evapotranspiración ajustada

$$ET_c = (K_{cb} + K_e)ET_0 \quad (22)$$

Donde:

$K_{cb}$  coeficiente basal del cultivo

$K_e$  coeficiente de la evaporación del agua del suelo

$ET_0$  Evapotranspiración de referencia

Coeficiente Basal del Cultivo

$$K_{cb} = K_{cb(tab)} + [0.04(U_2 - 2) - 0.004(HR_{min} - 45)] \left(\frac{h}{3}\right)^{0.3} \quad (23)$$

Donde:

$K_{cb} (Tab)$  valor de  $K_{cb}$  med o  $K_{cb}$  fin

$U_2$  valor promedio de la velocidad del viento diaria a 2 m de altura

$HR_{min}$  valor promedio de la humedad relativa mínima diaria

$h$  altura promedio de las plantas durante las etapas de mediados o final de temporada [m]

Coeficiente full del Cultivo

$$K_{cb\ full} = K_{cb,h} + [0.04(U_2 - 2) - 0.004(HR_{min} - 45)] \left(\frac{h}{3}\right)^{0.3} \quad (24)$$

Donde:

$K_{cb,h}$  valor de  $K_{cb,med}$

$U_2$  valor promedio de la velocidad del viento diaria a 2 m de altura

$HR_{min}$  valor promedio de la humedad relativa mínima diaria

$h$  altura promedio de las plantas durante las etapas de mediados o final de temporada [m]

Coefficiente maximo de cultivo

$$K_{max} = \max \left( \left\{ 1.2 + [0.04(U_2 - 2) - 0.004(HR_{min} - 45)] \left(\frac{h}{3}\right)^{0.3} \right\}, \{K_{cb} + 0.05\} \right) \quad (25)$$

Donde:

$h$  altura máxima promedio de las plantas durante el período de cálculo considerado (etapa inicial, desarrollo, mediados de temporada o final) [m]

$K_{cb}$  coeficiente basal del cultivo

Max {} valor máximo de los parámetros entre los paréntesis {} que están separados por comas

Cantidad máxima de agua evaporable

Se asume que el contenido de agua en la capa evaporable corresponde a la capacidad de campo,  $\theta_{FC}$ , poco tiempo después de un evento importante de humedecimiento y que el suelo puede secarse hasta un contenido de humedad

intermedio entre secado al horno (sin agua remanente) y el punto de marchitez permanente,  $\theta_{WP}$

$$AET = 1000(\theta_{FC} - 0.5\theta_{WP})Ze \quad (26)$$

Donde:

AET agua evaporable total = lámina máxima de agua que puede ser evaporada en el suelo, cuando la capa superficial del mismo ha sido inicialmente humedecida por completo [mm],

$\theta_{FC}$  contenido de humedad en el suelo a capacidad de campo [ $m^3 m^{-3}$ ]

$\theta_{WP}$  contenido de humedad en el punto de marchitez permanente [ $m^3 m^{-3}$ ]

Ze profundidad de la capa del suelo que es sujeta al secado a través de la evaporación

#### Etapa de reducción de la tasa de evaporación

$$Kr = \frac{AET - D_{ei-1}}{AET - AFE} \quad \text{para } D_{ei-1} > AFE \quad (27)$$

Donde:

$K_r$  coeficiente adimensional de reducción de la evaporación, dependiente del agotamiento de la humedad

$D_{e,i-1}$  lámina acumulada de evaporación (agotamiento) en la capa superficial del suelo al final del día<sub>i-1</sub> (el día anterior) [mm]

AET lámina acumulada máxima de evaporación (agotamiento) en la capa superficial del suelo [mm]

AFE lámina acumulada de evaporación al final de la etapa 1 [mm]

Balance diario de la humedad del suelo

$$D_{e,i} = D_{e,i-1} - (P_i - RO_i) - \frac{I_i}{f_w} + \frac{E_i}{f_{ew}} + T_{ew,i} + DP_{e,i} \quad (28)$$

Donde:

- $D_{e,i-1}$  lámina acumulada de evaporación (agotamiento), después de un humedecimiento completo, originada a partir de la fracción expuesta y humedecida de la porción superior del suelo, al final del día  $i-1$  [mm]
- $D_{e,i}$  lámina acumulada de evaporación (agotamiento) después de un humedecimiento completo al final del día  $i$  [mm]
- $P_i$  precipitación en el día  $i$  [mm]
- $RO_i$  escurrimiento del agua precipitada en la superficie del suelo en el día  $i$  [mm]
- $I_i$  lámina de riego en el día  $i$  que infiltra en el suelo [mm]
- $E_i$  evaporación en el día  $i$  (ósea,  $E_i = K_e ETo$ ) [mm]
- $T_{ew,i}$  lámina de transpiración que ocurre en la fracción expuesta y humedecida de la capa superficial del suelo en el día  $i$  [mm]
- $DP_{e,i}$  pérdidas por percolación profunda que ocurren a partir de la capa superficial del suelo en el día  $i$ , cuando el contenido de humedad en el suelo excede la capacidad de campo [mm]
- $f_w$  fracción de la superficie del suelo humedecida a través del riego
- $f_{ew}$  fracción expuesta y humedecida del suelo

Coefficiente de la evaporación en el suelo

$$K_e = K_r(K_{c\max} - K_{cb}) < f_{ew}K_{c\max} \quad (29)$$

Donde:

- $K_e$  coeficiente de la evaporación en el suelo

- $K_{cb}$  coeficiente basal del cultivo
- $K_{c\max}$  valor máximo de  $K_c$  después del riego o lluvia
- $K_r$  coeficiente adimensional de reducción de la evaporación, dependiente de la lámina acumulada de agua agotada (evaporada) de la capa superficial del suelo
- $f_{ew}$  fracción del suelo que se encuentra simultáneamente expuesto y humedecido, es decir la fracción de la superficie del suelo a partir de la cual ocurre la mayor parte de la evaporación

Evapotranspiración del cultivo

$$ET_c = (K_{cb} + K_e)ET_0 \quad (30)$$

Donde:

- $K_{cb}$  coeficiente basal del cultivo
- $K_e$  Coeficiente de evaporación
- $ET_0$  Evapotranspiración de referencia

Una vez obtenida la evapotranspiración, se procede a calcular las demás variables del modelo hidrodinámico, aplicando las fórmulas correspondientes de manera sistemática y precisa.

La precipitación pluvial es convertida en unidades de volumen empleando:

$$PPv_i = \frac{PP_i A}{1000} \quad (31)$$

Donde:

- $PP$  Precipitación pluvial en mm.

$PPv$  Precipitación pluvial en  $m^3$ .

$A$  Área efectiva del techo verde, en  $m^2$ .

El contenido volumétrico de agua se calcula por:

$$VWC_i = \begin{cases} VWC_{i-1} + \frac{PPv_i}{h_s A} & VWC_{i-1} + \frac{PPv_i}{h_s A} < \eta_s CC \\ \eta_s CC & VWC_{i-1} + \frac{PPv_i}{h_s A} \geq \eta_s CC \end{cases} \quad (32)$$

Donde:

$VWC_i$  Contenido volumétrico de agua en el sustrato.

$h_s$  Porosidad.

$CC$  Capacidad de campo.

La altura del nivel de agua dentro del techo verde se calcula a partir de:

$$h_{i+1} = h_i + \frac{V_i}{\eta_s A} \quad (33)$$

Donde:

$h_0$  Valor inicial del nivel de agua

$V_i$  Acumulación de agua como consecuencia de la precipitación pluvial

El volumen de agua acumulado en el techo verde  $V_i$  es una función de:

$$V_i = PPv_i - S_i + \eta_s A h_i \quad (34)$$

Donde:

$PPv_i$ , Precipitación pluvial en  $m^3$ .

$S_i$  Agua que abandona el techo como escorrentía

También se debe considerar el agua que se mantiene dentro de los espacios vacíos del sustrato.

La escorrentía pluvial se puede expresar empleando la expresión de descarga libre:

$$S_i = \begin{cases} 0 & h_i \leq h_p \\ C_D a_i \sqrt{2gh_i} & h_i > h_p \end{cases} \quad (35)$$

Esta es inexistente hasta que la altura del nivel de agua  $h_i$  alcance la altura a la que se sitúa la tubería de conducción  $h_p$ .

Donde:

$C_D$  Coeficiente de descarga

$a_i$  Área de sección transversal mojada de la tubería,

$g$  Aceleración gravitacional terrestre.

Dado que el área de sección transversal mojada depende del nivel de agua en el módulo de techo verde, se emplea la ecuación del área de un segmento circular:

$$a_i = n_p \frac{D_p^2}{8} (\theta_i - \text{sen}\theta_i) \quad (36)$$

Donde:

$n_p$  es el número de tuberías de conducción en el techo verde.

$D_p$  Diámetro de la tubería y

$q_i$  Ángulo del sector circular relacionado con el segmento.

Este ángulo se calcula a partir de:

$$\theta_i = \begin{cases} 2 \arccos \left( 1 - 2 \frac{h_{w,i}}{D_p} \right) & \frac{h_{w,i}}{D_p} \leq 1 \\ 2\pi & \frac{h_{w,i}}{D_p} > 1 \end{cases} \quad (37)$$

La primera parte de la ecuación es válida mientras el nivel de agua en el tubo ( $h_{w,i}$ ) sea menor que su diámetro. En la segunda parte de la ecuación  $\theta_i = 2\pi$ , y ocurre cuando el nivel de agua excede el diámetro de la tubería; esto es, toda el área de sección transversal es área mojada y entonces:

$$a_i = n_p \pi \frac{D_p^2}{4}. \quad (38)$$

La altura del nivel de agua dentro de sección transversal de la tubería se calcula simplemente restando la altura del nivel del agua  $h_i$  de la altura a la que se ubica la tubería de conducción  $h_p$ , siempre y cuando  $h_i > h_p$ ; esto es, si el nivel de agua alcanza el nivel al que está situada la tubería de conducción y comenzará a fluir el agua acumulada como escorrentía pluvial.

$$h_{w,i} = \begin{cases} h_i - h_p & h_i > h_p \\ 0 & h_i \leq h_p \end{cases} \quad (39)$$

Como resultados numéricos, se analizará cuánta escorrentía es retenida y cuánta es retardada en comparación a no contar con los techos.

## 17.8. Pruebas de factibilidad del modelo

Se llevaron a cabo diferentes experimentos específicos, bajo una serie de parámetros controlados del modelo, que tenían como finalidad la medición de su rendimiento y su adaptabilidad a diferentes extremos, utilizando para ello un conjunto de datos enlazados a su interfaz gráfica, para la realización general de los mismos:

En la sección del sustrato, la profundidad se estableció a 0.3 metros; a partir de aquí, la altura fue 0 m y volumen 0 m<sup>3</sup> en su estado inicial. La porosidad del sustrato fue fijada en el 51,8% atendiendo a los datos de Pintado (2018). A esto se le añadió el tipo de suelo como "arenoso", densidad de partículas de 300 kg/m<sup>3</sup>, capacidad de campo del 35%, contenido de humedad a capacidad de campo de 0.12 y contenido de humedad en el punto de marchitez de 0.045, fijándose también que la capa de suelo que se seca tiene una profundidad de 0.07 metros.

La sección de drenaje fue estipulada con una capacidad máxima de retención de llenado de 7 litros/m<sup>2</sup>, con una máxima posibilidad de llenado del 80%. El sistema estaba conformado por dos tuberías de descarga con un diámetro de 2 pulgadas cada una de ellas y coeficiente específico de descarga de escorrentía de 0.31. La altura del tubo desde el fondo del techo fue determinada, de acuerdo con las especificaciones del diseño.

Para la sección del proyecto el área de techo verde empleada fue de 1.9 m<sup>2</sup>, con un ángulo de inclinación de 5°. La altura promedio de las plantas fue previamente medida, teniendo como resultado 0.1168 m y el área foliar calculado fue de 0.7. En total 45 plantas se incluyeron en el diseño y la altura de medición se fijó a 2 m.

Con respecto a la ubicación, se tomó como sitio de estudio el municipio de Cunduacán, Tabasco, con coordenadas de posición geográfica específicas, latitud  $18^{\circ} 3' 54''$  y longitud de  $93^{\circ} 30'$ . La gravedad específica de la región se determinó en  $9.785 \text{ m/s}^2$  y la elevación del área medida, obtenida del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), fue de 16 m sobre el nivel del mar (INEGI, 2020).

### **17.8.1. Pruebas de factibilidad**

En estas pruebas iniciales se alcanzaron niveles por encima de 1,441 en un periodo de dos días, con “mediciones” cada dos minutos. Esto condujo a la implementación de un análisis profundo del comportamiento del modelo frente a las variables que se presentan de forma dinámica. Inicialmente, se consideraron las siguientes condiciones de funcionamiento: una temperatura exterior media de  $15.6 \text{ }^{\circ}\text{C}$ , con una humedad media relativa de 96%, una velocidad del viento de  $5 \text{ m/s}$  y una presión atmosférica de  $766.2 \text{ mmHg}$ , seleccionadas como representativas del promedio real de los días, elegidas para estos ensayos iniciales. Todas estas condiciones se consideraron como un marco de trabajo real en el que se podía valorar el funcionamiento del modelo.

Asimismo, se consideró la radiación solar como una variable de cambio/variación en función de los ciclos diurno y nocturno. Así, durante los periodos nocturnos (6:00 p.m. a 6:00 a.m.), se fijó un valor de  $0 \text{ W/m}^2$ , mientras que para los periodos diurnos (6:00 a.m. a 6:00 p.m.) se consideró un valor promedio de  $160 \text{ W/m}^2$ . Esta variación estaba diseñada con el objetivo de simular la correcta influencia de la luz solar en el proceso de evapotranspiración y en el balance hídrico del sistema.

#### **17.8.1.1. Prueba tipo pirámide.**

Se llevaron a cabo tres tipos de pruebas básicas para evaluar el modelo de comportamiento hidrológico que está implementado, para iniciar la prueba básica tipo "pirámide"; este tipo de prueba está diseñada para estudiar el comportamiento del sistema para un patrón de variación gradual de las precipitaciones y controlada.

La prueba consistió en hacer incrementos en los niveles de precipitación a través de intervalos de tiempo, concretamente de 1 hora 20 minutos, desde 0 mm hasta un máximo de 2.4 mm de precipitación; a partir de ahí se empezaron a descender los niveles de precipitación por el mismo patrón y de esta manera la prueba había finalizado su ciclo de incremento y de descenso.

#### **17.8.1.2. Prueba tipo escalera**

La segunda prueba y experimento que se llevó a cabo es de tipo "escalera", presentada para comprobar la respuesta del sistema según un creciente y progresivo patrón de incremento de precipitación; se estableció un nivel base inicial de 0.1 mm, el cual se iba incrementando progresivamente en intervalos como el de cada hora y 30 minutos, hasta llegar a 3 mm; este diseño permitió evidenciar el comportamiento del sistema de drenaje en un escenario de acumulación progresiva de agua.

#### **17.8.1.3. Prueba escalera con detención**

Para esta prueba, se llevaba a cabo una elevación sistemática de las tasas de precipitación, comenzando por tasas de 0.2 mm y aumentando en escalones de 0.2 mm cada a 01:20 h, alcanzando una tasa de precipitación máxima de 3.6 mm al final del primer día. Se utilizaba, por tanto, un patrón escalonado para poder verificar el comportamiento del sistema ante un incremento sostenido de agua de lluvia durante una duración determinada y extrema.

En el transcurso del segundo día, se partía del día con condiciones de sequía (precipitación 0 mm en todo el día). Los resultados se muestran en la gráfica N donde se puede apreciar claramente un comportamiento del sistema, en la que se pone de manifiesto que durante el primer día el patrón escalonado de escorrentía sigue la tendencia de incremento de precipitaciones presentando picos y paradas en función de la altura del tubo de drenaje y el tiempo que tarda en ser superada esta altura.

#### **17.8.2. Comparativa de la medición de humedad del sustrato con respecto al modelo.**

Para determinar si el modelo es realizable y si es capaz de funcionar, se realizó una comparación de los resultados que se obtuvieron mediante el sensor de humedad WH31SM . Este análisis se realizó con la finalidad de comprobar en que medida estos resultados obtenidos gracias al sensor se pueden ver en los correspondientes valores reales del contenido de humedad del sustrato comparándolos con los valores que produce el modelo hidrológico simulado.

## 18. Resultados

En esta sección se muestran los resultados del modelo matemático en *Visual Basic for Applications* en Microsoft Excel.

### 18.1. Cálculo de área foliar

Los valores totales de las 11 muestras tomadas del procesamiento de las hojas de *Tradescantia spathacea* se presentan en la tabla 2, donde se muestran las mediciones individuales de área foliar obtenidas por el sistema de procesamiento imagej.

**Tabla 2**

*Área foliar calculada (cm<sup>2</sup>) por el sistema imagej*

	1.M	2.M	3.M	4.M	5.M	6.M	7.M	8.M	9.M	10.M	11.M
1	10.6	39.2	12.2	2.9	18.8	3.3	12.6	8.9	13.3	13.0	23.2
2	20.9	6.5	11.7	13.5	2.5	9.6	18.0	15.7	3.9	454.2	23.2
3	29.9	28.6	4.1	6.9	14.7	10.1	14.6	13.7	10.9	9.2	20.7
4	15.0	10.6	15.5	5.9	9.8	16.3	6.5	20.8	4.1	20.6	15.9
5	3.8	24.7	15.3	10.5	3.6	8.0	38.6	18.8	8.9	22.8	15.4
6	14.4	27.3	14.0	18.0	21.0	20.5	38.5	19.5	11.2	19.7	30.6
7	10.5	26.9	9.0	14.1	24.4	13.4	36.1	23.2	17.9	26.8	22.3
8	16.0	29.5	13.1	23.4	10.5	16.0	29.1	21.3	10.9	21.1	21.3
9	9.5		14.4	21.1	14.6	11.8	17.3	14.8	21.5	27.9	19.2
10	15.7			20.3	12.6	9.7	30.1	22.5	17.0		18.3
11	32.0			25.4	17.1	15.6		23.5	26.1		
12				35.0		9.5		32.3	21.2		
13									20.3		

Nota: las variaciones con respecto a la cantidad de hojas, respecta a la cantidad que podían colocarse en la hoja de referencia.

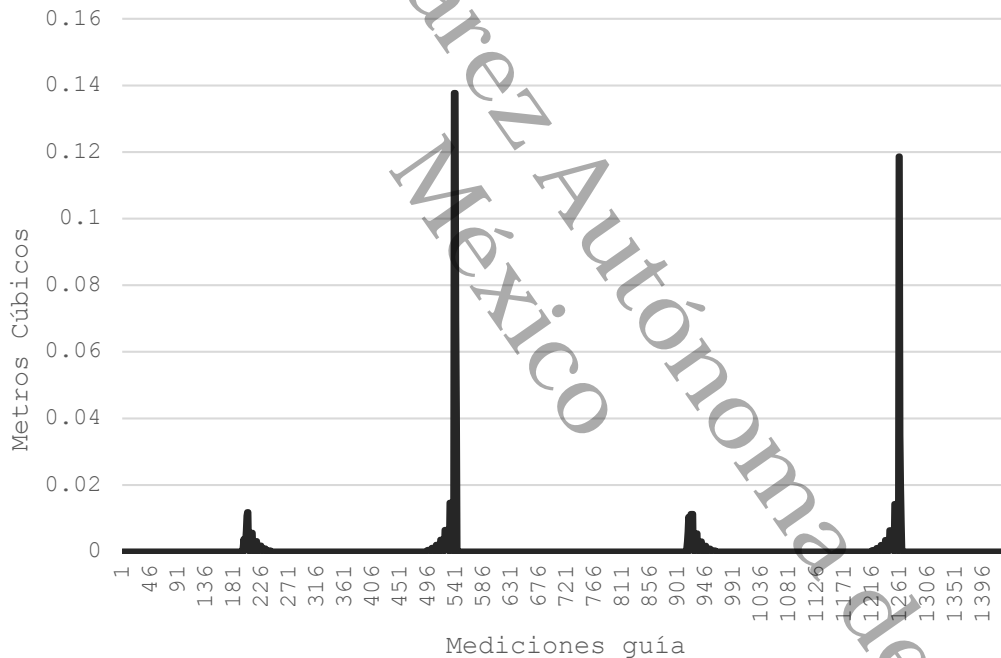
En promedio las hojas presentaron un area foliar de 22 cm<sup>2</sup>, este dato es el empleado en el modelo para las estimaciones subsecuentes.

## 18.2. Factibilidad del modelo

### 18.2.1. Prueba tipo pirámide.

**Figura 17.**

*Gráfica de los resultados correspondientes con las pruebas de evapotranspiración.*

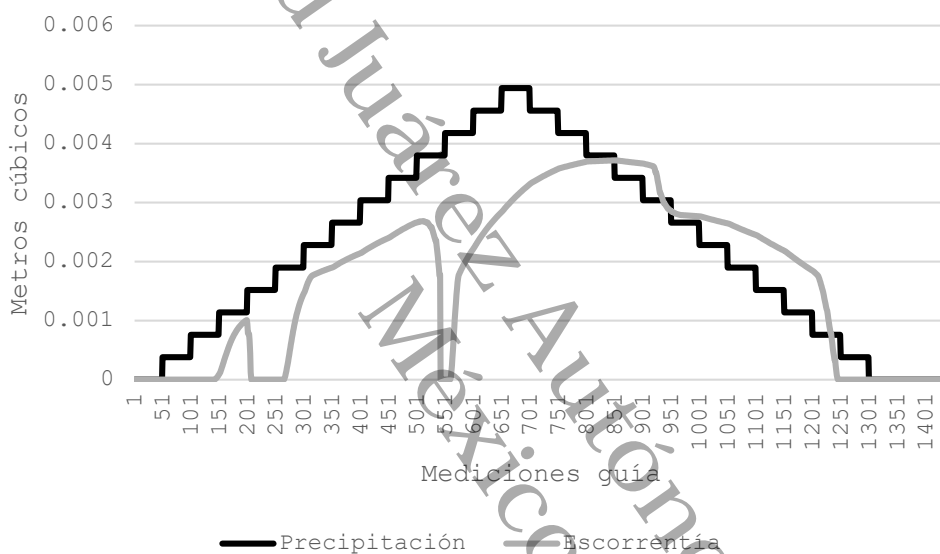


Los valores de evapotranspiración se recogen y se muestran en la figura 17, si bien también se expresan en m<sup>3</sup>, si bien también se recuperan como comportamiento típico, mostrando sus picos correspondientes a las horas de la mañana y al mediodía. Estos puntos en la gráfica también ponen de manifiesto el efecto de las condiciones del entorno, que misma también se corresponden con el aumento paulatino de las radiaciones solares y las

temperaturas que, al fin y al cabo, incitan a que el proceso de evapotranspiración sea más tanto a estas horas de la jornada como en horas de la tarde.

**Figura 18.**

*Escorrentía. Prueba tipo pirámide*



*Nota:* escorrentía. Prueba del tipo de precipitación en pirámide (línea negra con patrón tipo pirámide) y escorrentía (línea gris) calculada a partir del programa.

La figura 18 muestra dos de las variables más importantes para el análisis del sistema, la precipitación (línea negra con el patrón tipo pirámide que ya hemos descrito) y la escorrentía (línea gris) cuyo valor se obtuvo mediante el programa. En esta prueba, se aprecia cómo la escorrentía es notablemente posterior, cuando el agua acumulada ha superado la altura del tubo que se encuentra en el techo verde, ya que, por el diseño del sistema, el exceso de agua

tiene que salir. Esto genera picos de escorrentía claramente apreciables en el gráfico.

Conforme aumenta la dimensión en milímetros de la precipitación, se pone de manifiesto el incremento proporcional del volumen de agua escurrida al igual que el tiempo de escorrentía; esto puede aplicarse hasta que se alcanza un punto de saturación, el de un sistema de drenaje en el que se alcanza su máxima capacidad, llegando al citado punto de desbordamiento; esta fase de saturación se observa en la gráfica cuando se mantiene la escorrentía alta, pero progresivamente va disminuyendo mientras disminuye la precipitación.

El diseño de la prueba permite conocer la respuesta del sistema en función del incremento de la lluvia, realizándose una simulación del acontecimiento de acumulación y desagüe. También la gráfica ilustra cómo el comportamiento del techo verde se amolda a diferentes precipitaciones, enseñamos información que permite conocer la capacidad de un sistema para afrontar una lluvia pluvial y no llegar apilando en el evento urbano.

El contenido de ese análisis hace evidente que el diseño y la capacidad de los sistemas de drenaje tienen que tenerse en cuenta para obtener la máxima eficacia en la gestión de la lluvia.

### **18.2.2. Prueba tipo escalera**

En el análisis de los resultados se puede apreciar que la escorrentía no es inmediata a la aplicación de la lluvia. Este hecho se explica por la altura del tubo de drenaje con respecto al fondo del techo verde; esto es, no se inicia la escorrentía hasta que el agua acumulada alcanza un determinado nivel crítico en el que se inician las escorrentías por el tubo de drenaje. En el caso de ser superada esta altura es cuando aparece un primer pico y luego cesa el flujo de la escorrentía por el tubo al volver el nivel a estar por debajo de él. Esta oscilación entre escorrentía y cesación constituye una de las principales

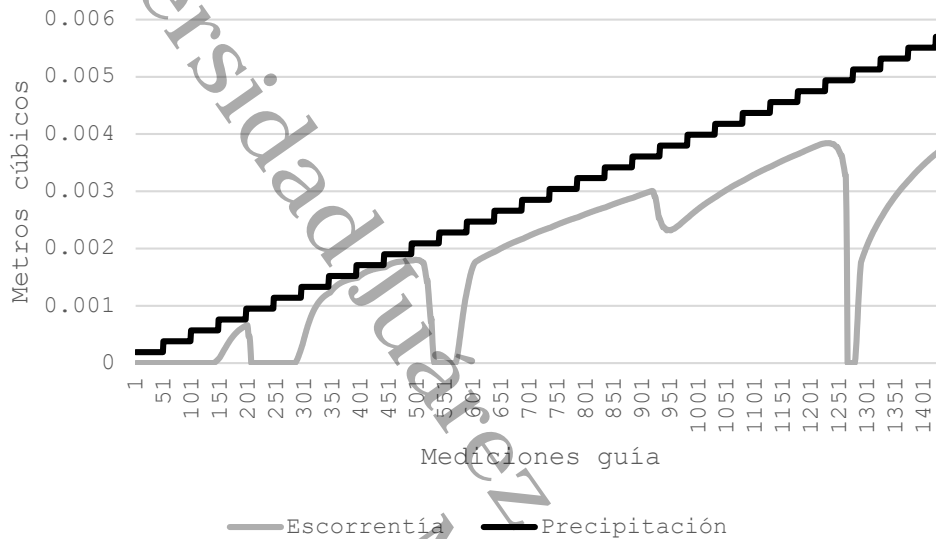
características de la prueba y se observa que, además, los periodos de detención de la escorrentía tienen tendencia a acortarse a medida que aumenta la cantidad de agua acumulada, a consecuencia de que el crecimiento sostenido de las precipitaciones lleva al sistema a un estado en el que la escorrentía continua sin llegar a bajar por debajo de la altura del tubo de drenaje antes de volver a acumularse, incrementando así la escorrentía más continua.

Un elemento importante que puede extender este análisis es el efecto de la evapotranspiración en el comportamiento del sistema. Todo este proceso, que combina la evaporación del agua desde la superficie del sustrato y la transpiración de las plantas, es un mecanismo que ayuda a disminuir los niveles de agua en el techo verde durante los periodos de tiempo favorables de alta radiación solar y ausencia de nubes. En determinadas fases, la evapotranspiración actúa como un mecanismo que disminuye la acumulación del agua, a su vez atenuando el incremento de escorrentía del sistema y ayudándolo para manejar temporales de lluvias continuas.

A su vez, esta prueba, no solo debería revelar información interesante sobre el comportamiento del drenaje del techo verde si lo hiciera bajo lluvias sostenidas y crecientes, también debería convertirse en un elemento esencial a añadir a la importancia de la evapotranspiración en el balance hídrico del sistema. La incorporación al diseño y manejo de sistemas hidrológicos de este efecto va a ofrecer la forma idónea de hacer bien su trabajo y ayudar a la gestión de aguas en las ciudades.

**Figura 19.**

*Escorrentía. Prueba tipo escalera*



*.Nota:* Representación de la precipitación (línea negra con patrón tipo escalera) y la escorrentía (línea gris) calculada por el programa

### 18.2.2.1. Prueba escalera con detención

Este análisis mostró que los fenómenos que intervienen en interacciones entre factores climáticos tales como radiación solar, comportamiento de los parámetros del diseño del techo verde y evapotranspiración deben ser considerados como componentes claves en la gestión eficiente del agua pluvial en sistemas urbanos. Dicho estudio también permite identificar formas de optimizar almacenamiento y drenaje en situaciones en las que se presentan contextos urbanos con importante variabilidad climática.

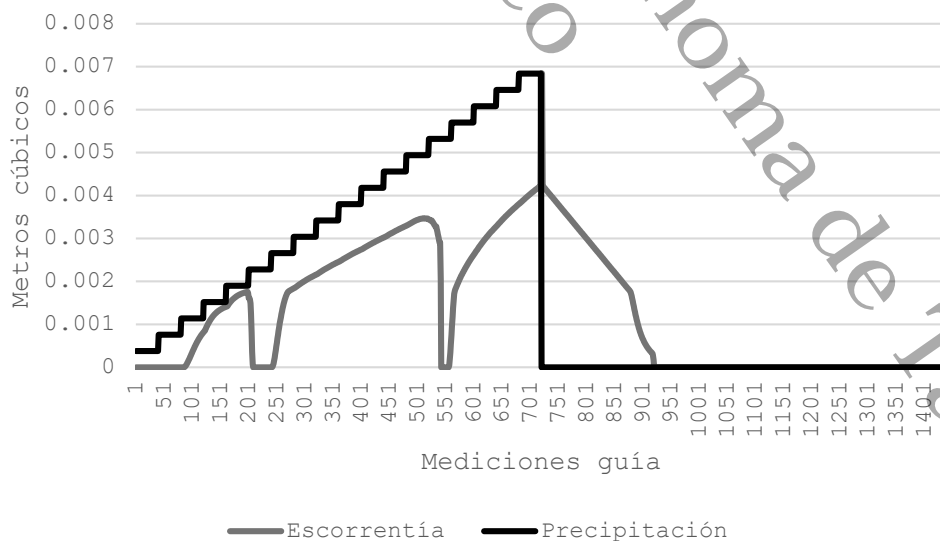
En la gráfica de 20 se observa que en el día dos y luego de la finalización de las precipitaciones, se presenta una curva claramente decreciente en los valores

de escorrentía, la que baja de forma progresiva y sin interrupciones, lo que representa que los sistemas van controlando el agua acumulada en el techo verde. Este descenso continúa de manera regular hasta que se liquidan los valores de escorrentía hasta llegar a un valor de 0 que corresponde al vaciamiento del sistema.

Cabe resaltar que este proceso de disminución no depende solo de la disposición y la capacidad del sistema de drenaje, sino que también depende de la evapotranspiración, que resulta determinante de la disminución de los niveles de agua retenida, y en particular en períodos sin nubes. Las condiciones de cielo despejado y radiación solar, que favorecen la pérdida de agua mediante la evaporación y la transpiración de las plantas, mejoran considerablemente el vaciamiento del sistema y su disponibilidad para volver a estar operativo cuando se produzcan nuevas precipitaciones.

**Figura 20.**

*Escorrentía. Prueba tipo escalera con detención*



*Nota:* Representación de la precipitación (línea negra con patrón tipo escalera con detención) y la escorrentía (línea gris) calculada por el programa

### 18.2.3. Comparativa de la medición de humedad del sustrato con respecto al modelo.

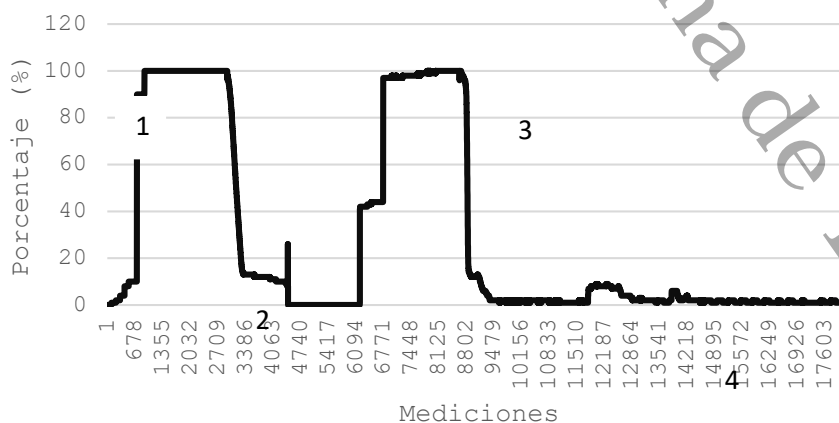
Los resultados, que se pueden observar en los tres grupos de gráficas (21-26), muestran un comportamiento persistente. Cabe señalar que existe la presencia de ciertas anomalías puntuales en las mediciones, que es posible justificarlas en variaciones propias del sensor o en condiciones externas que afectan al sustrato. No obstante, cabe indicarse que los patrones observados muestran coherencia en relación con la precipitación, así como con la escorrentía calculada, lo cual permite indicar que el modelo es capaz de representar la dinámica del sistema, a las condiciones estudiadas.

Este comportamiento de recurrente ayuda también a la validación del modelo y la capacidad de este en la simulación de los procesos hidrológicos asociados a la relación entre la precipitación, la humedad del sustrato y el flujo de escorrentía.

### 18.2.4. Comparación de las fechas comprendidas entre 12/03/2022-31/03/2022

Figura 21.

Porcentaje de humedad del sustrato

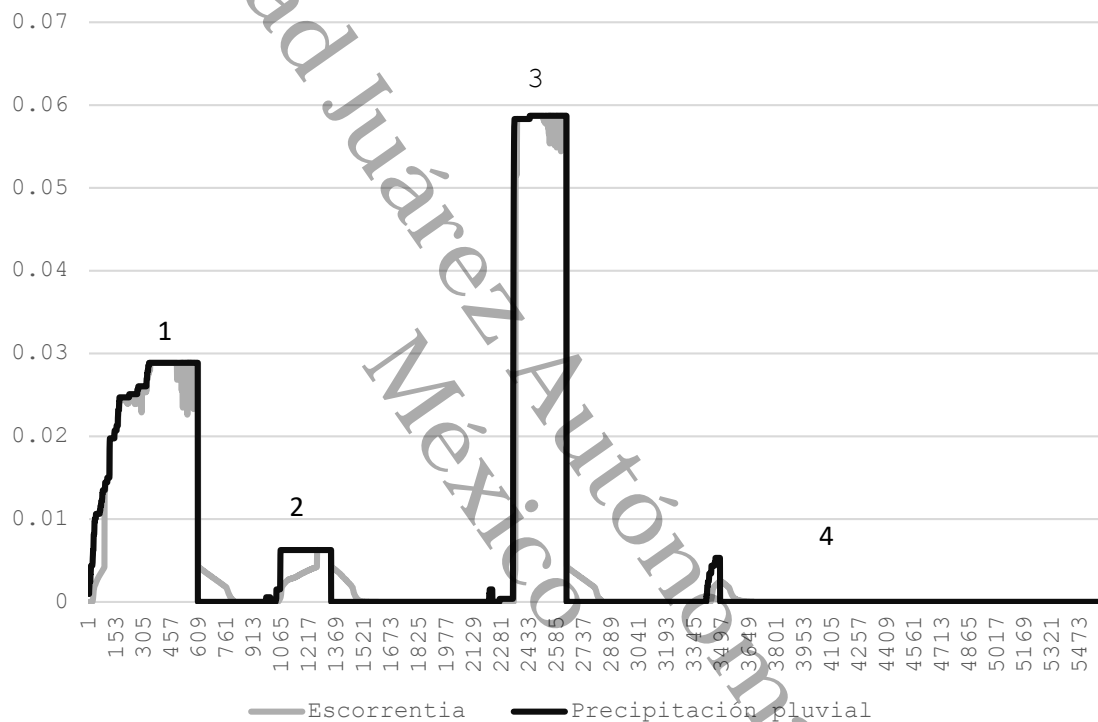


Nota: En el gráfico que se proporciona se halla la forma en la cual se ha comportado el porcentaje de la humedad en el sustrato con el paso del tiempo.

Observe la respuesta del sustrato frente a los acontecimientos de precipitación y a su vez los extensos periodos de secado, dando lugar de manera simultánea al comportamiento del balance hídrico dentro del propio techo verde.

**Figura 22.**

*Relación entre la precipitación y la escorrentía*



*Nota:* La figura es la representación de la relación entre la precipitación y escorrentía en el periodo del 12/03/2022 a 31/03/2022. Se observa cómo el techo verde regula el flujo de agua y disminuye los picos de escorrentía.

Como se puede extraer de los puntos que presentan los números 1, 2, 3 y 4, existe una relación entre la curva de humedad que tiene el sustrato con el caudal de escorrentía calculado. Esto es, el modelo es capaz de captar, con cierta exactitud, la relación dinámica del inicio de escorrentía y de la capacidad retentiva del sustrato; la respuesta del mismo a través de este comportamiento, se ve reforzada cuando este comportamiento llega a mostrarse, por demás, es

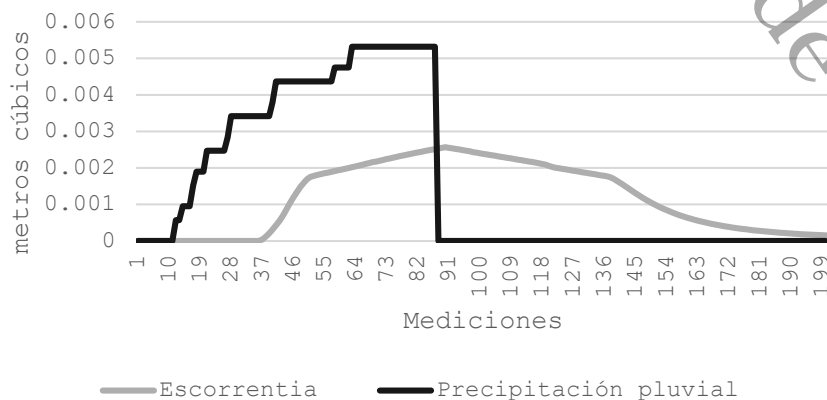
visible en los puntos presentados en la gráfica anterior, cómo la humedad del sustrato irá siendo capaz de responder con los picos de escorrentía mostrando así el comportamiento del origen del sistema a los cambios de las condiciones de precipitación y de drenaje mostrado y observado. Este comportamiento por demás regular valida el modelo y el funcionamiento de este para la simulación del comportamiento de procesos hidrológicos complejos, reforzando así su cuya utilidad en la práctica.

### 18.2.5. Comparación de las fechas comprendidas entre 24/03/2022-25/03/2022

Con el objetivo de profundizar en la relación entre la humedad del sustrato, la precipitación y la escorrentía que esta última produce, se ha estudiado un episodio concreto de precipitación (desde el día 24 al día 25 de marzo de 2022). Este procedimiento ha permitido visualizar cómo la humedad del sustrato responde a la precipitación a la vez que puede ver cómo la precipitación incide en la escorrentía.

**Figura 23.**

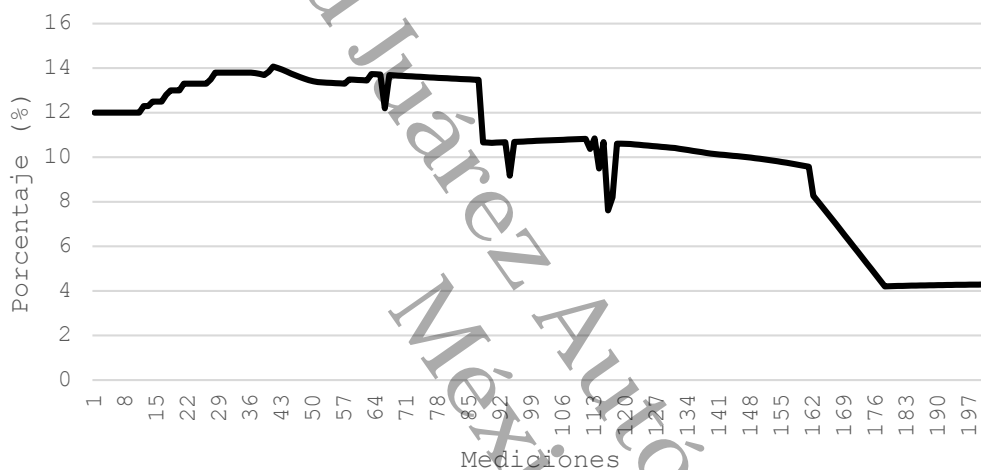
*Conexión entre la lluvia y la escorrentía dentro el periodo del 24/03/2022 al 25/03/2022.*



*Nota: En esta gráfica se exponen las respuestas del sistema tras el evento llovedor, son evidentes la capacidad del techo verde en demorar la escorrentía o en llegar a reducirla.*

**Figura 24.**

*Evolución del porcentaje de humedad del sustrato durante el periodo 24.03.2022-25.03.2022*



*Nota: En la representación gráfica se puede observar que la lluvia afecta de manera directa la humedad del sustrato, el cual va disminuyendo a medida que avanza el drenaje y la evapotranspiración. Los resultados que hemos obtenido ponen de manifiesto la relación entre estos procesos, mostrando que la humedad del sustrato aumenta considerablemente en las horas siguientes a la lluvia, alcanzando valores críticos que empiezan a dar lugar a la escorrentía. Este modo de actuar del sustrato podría hacer predecir que el modelo puede capturar bien la dinámica que presenta el proceso de infiltración, retención y drenaje en el techo verde.*

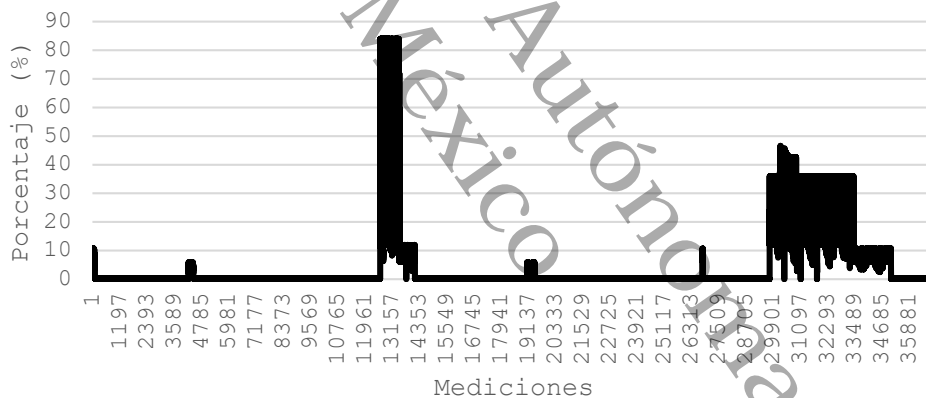
Este tipo de análisis debe hacerse para poder validar la respuesta del modelo a eventos de lluvias concretos, la información básica que se adjunta podría ser útil para gestionar el agua en sistemas urbanos en condiciones reales.

### 18.2.5.1. Comparación de las fechas comprendidas entre 24/04/23-15/06/23

Por la misma razón se realizó un análisis comparativo de la humedad del sustrato durante un periodo de tiempo largo que abarcó desde el 24 de abril de 2023 hasta el 15 de junio de 2023 para determinar el tipo de relación que existe entre las variaciones de la humedad y la escorrentía calculada.

**Figura 25.**

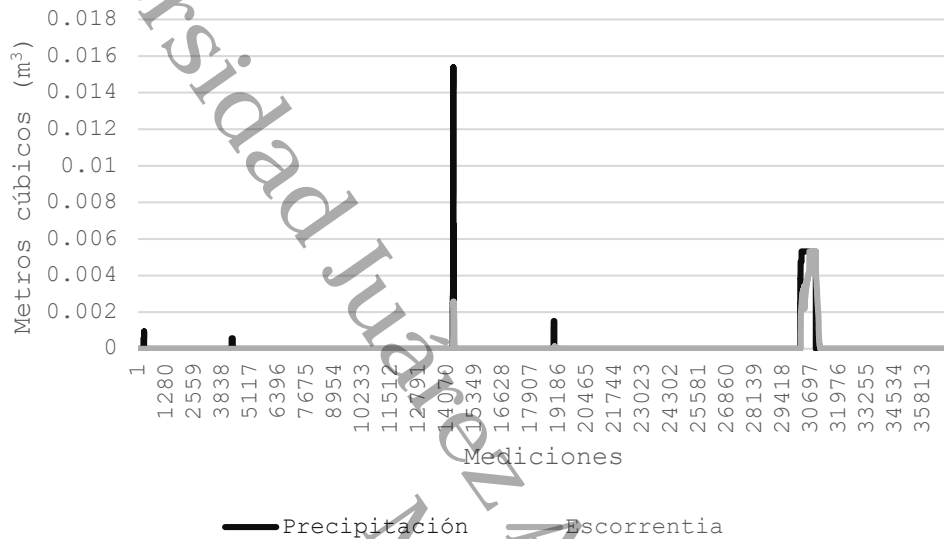
*Variación del porcentaje de humedad en el sustrato durante el periodo del 24/04/2023 al 15/06/2023.*



*Nota:* Se observa la evolución de la humedad a lo largo del tiempo, influenciada por los eventos de precipitación y los procesos de evapotranspiración y drenaje.

**Figura 26.**

*Relación entre la precipitación y la escorrentía durante el periodo del 24/04/2023 al 15/06/2023.*



*Nota:* Se analiza el comportamiento hidrológico del techo verde ante múltiples eventos pluviales, evidenciando su capacidad para regular el flujo de agua y mitigar la escorrentía.

Los resultados muestran que las subidas y las bajadas del agua del sustrato, que en algunos puntos son la muestra de la puntualidad del modelo, obtienen una relación muy clara con los valores de escorrentía generados por el mismo. De esta manera, se hace evidente la correspondencia entre el proceso que simula el modelo y el proceso de descargar (según las diferentes condiciones temporales y climáticas) el modelo.

El largo análisis permite validar, el papel del sistema para reflejar las interacciones entre las precipitaciones, la retención de agua del sustrato y el caudal de escorrentía pluvial, mientras que las condiciones de variabilidad climática modeladas refuerzan la aplicabilidad del modelo en

una serie de estudios más prolongados, pues nos muestra que es una herramienta fiable, para el modelado hídrico de los techos verdes.

### **18.2.6. Evapotranspiración**

A continuación, podemos encontrar un par de bloques con tres gráficas, en las cuales se parametriza la relación entre la radiación solar junto con la evapotranspiración y la escorrentía. Con las comparaciones se perfilan patrones a tenor de cómo la radiación solar afecta la evapotranspiración y cómo la evapotranspiración afecta la escorrentía.

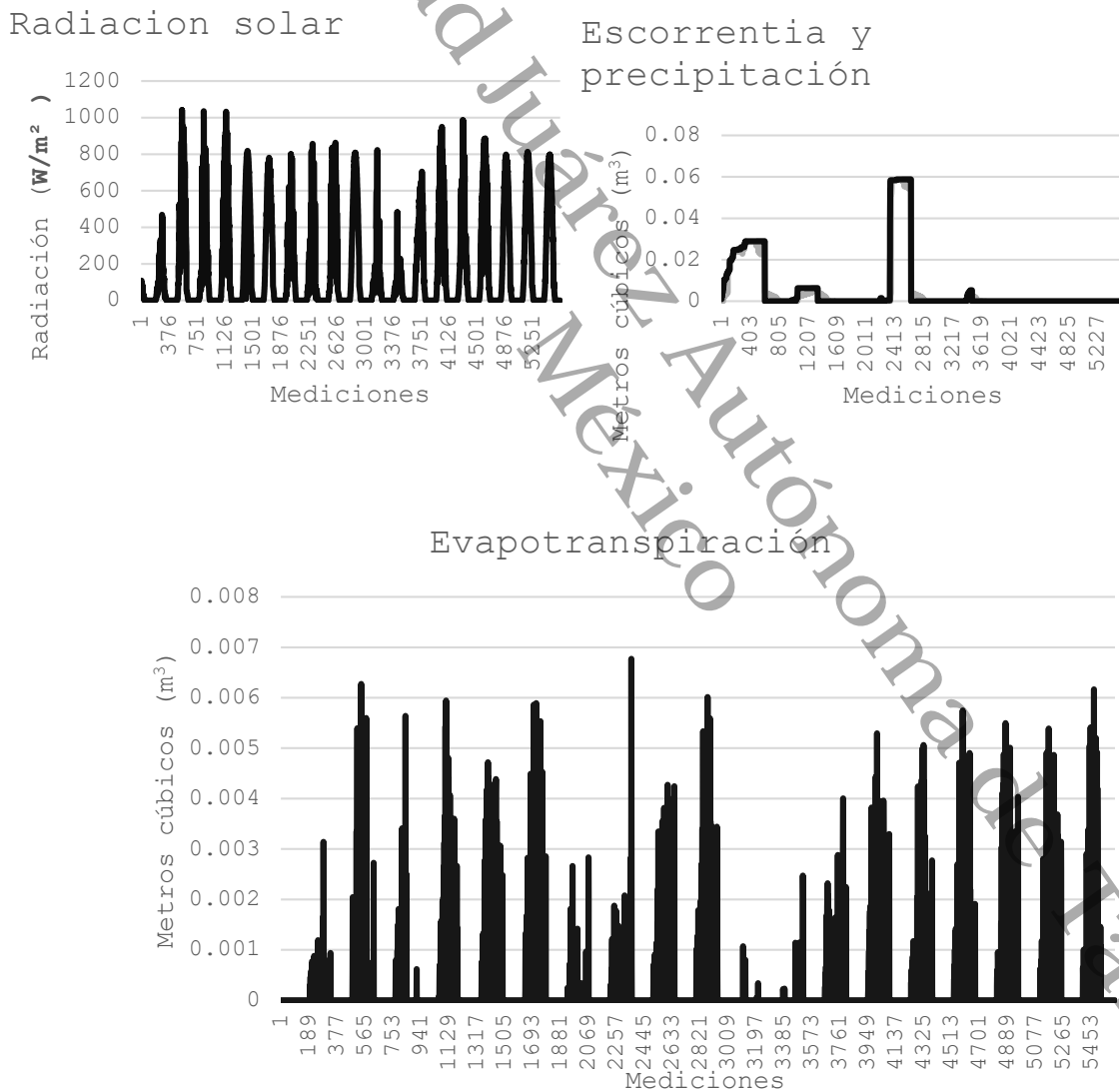
En las gráficas se observa que la radiación solar también, que aumenta a beneficio de los periodos de luz solar, aumenta la evapotranspiración, lo que demuestra que el proceso de la evapotranspiración afecta de manera significativa y de forma posterior a reducir la cantidad de agua del sustrato. Esto también influye en la escorrentía, ya que niveles altos de evapotranspiración contribuyen a una menor cantidad de agua que sobresale y que iría a parar al drenaje.

Esto sería importante a la hora de saber cómo interaccionan las variables climáticas junto con las variables hidrológicas para el techo verde. Esto proporciona información útil para mejorar el diseño y la funcionalidad del techo verde frente a los diferentes escenarios ambientales.

18.2.6.1. Conjunto 1, periodo 12/03/2022-21/03/2022

Figura 27, 28 y 29.

Comparación de la radiación solar con la escorrentía, la precipitación y la evapotranspiración durante el periodo del 12/03/2022 al 21/03/2022.



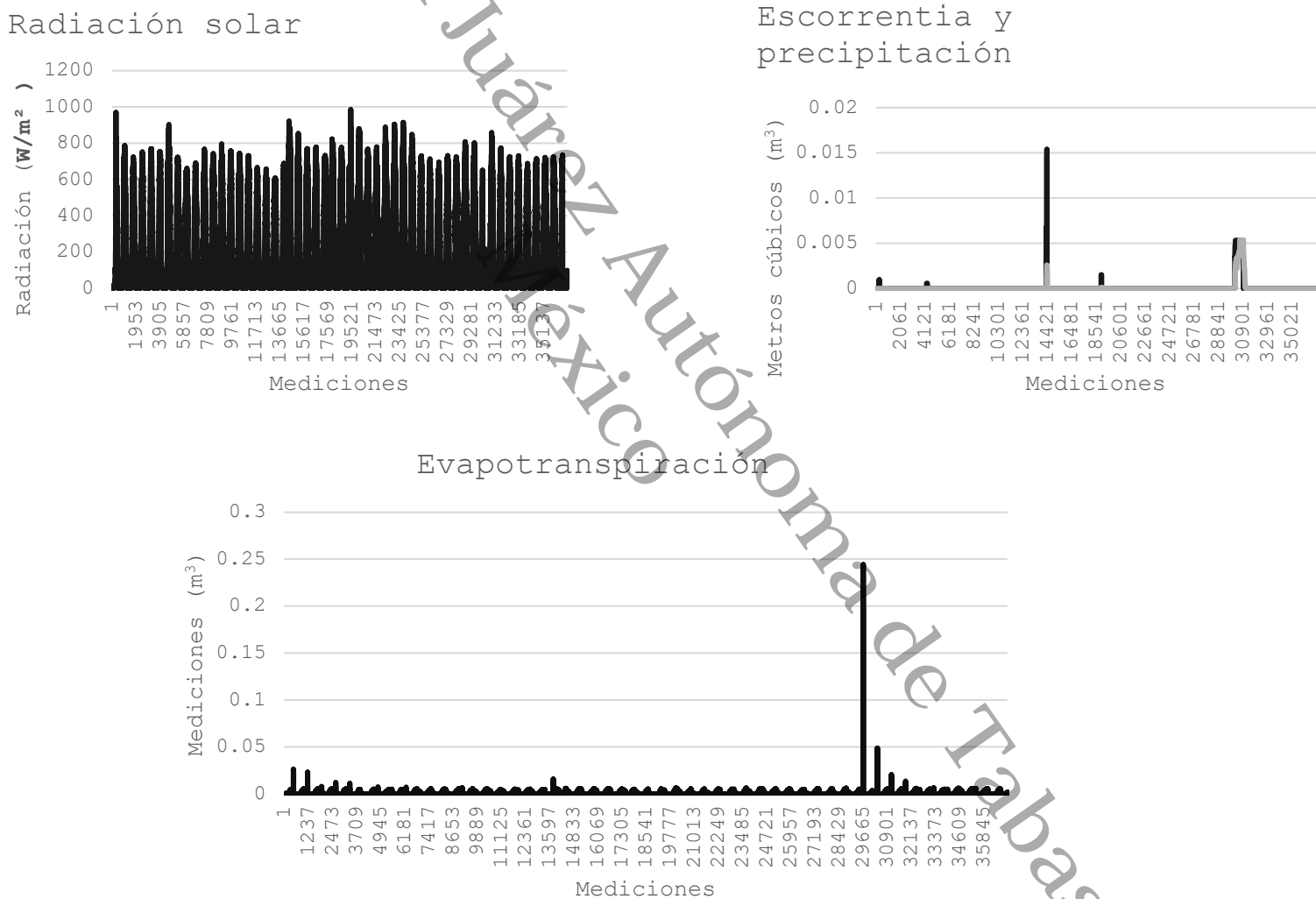
*Nota:* Se analizó el impacto que ejerce la radiación en la dinámica del agua del techado verde, poniendo de manifiesto la relación existente entre la energía disponible de la radiación solar, la evapotranspiración y la escorrentía generada en función de los eventos de precipitaciones.

Los correspondientes picos de evapotranspiración y radiación solar nos presentan los momentos en que el primero se asemeja con el segundo; esto es, hay que recurrir a dicha relación (en este caso eventos de gran precipitación) para ubicar los días en los que el pluviometro señala mayor cantidad de precipitaciones; por ello se puede comprobar que cuando no hay precipitaciones el valor de la evapotranspiración va a ser menor; en el caso que los eventos se marquen en cuanto a una gran cantidad de precipitaciones los picos en la evapotranspiración se disparan. Eso confirma la capacidad de este modelo de poner de manifiesto la relación de estos fenómenos, dejando evidente su valoración como un modelo con notable comando de maniobra dentro de los estudios ambientales.

18.2.6.2. Conjunto 2. 24/04/2023-15/06/2023

Figura 30, 31 y 32.

Comparación de la radiación solar con la escorrentía, la precipitación y la evapotranspiración durante el periodo del 24/04/2023 al 15/06/2023.



Nota: Se observa cómo la radiación solar afecta la evapotranspiración y, por ende, la disponibilidad de agua en el sustrato, evidenciando patrones de

*reducción de humedad y de generación de escorrentía al producirse eventos pluviales.* En este conjunto de gráficas, es evidente que, aunque los niveles de la radiación fue elevada durante la etapa analizada si tomamos en consideración que la etapa no disponía de condiciones idóneas para la precipitación, la evapotranspiración de las muestras de suelo fue mantenida en un rango más o menos similar, no obstante, se observan picos en evapotranspiración debido a la precipitación, que prueba el nivel de sensibilidad que tiene el modelo a la precipitación. Esto nos refuerza mucho que el modelo es bueno para simular el entorno del cual se piensa que se habla.

#### **18.2.7. Pruebas en diversos escenarios**

Una vez finalizados los análisis iniciales y confirmada la posibilidad de poder aplicar el modelo de matemático se decidió hacer más pruebas para comprobar su efectividad prendiendo el mismo conjunto de eventos pluviales, pero, aumentando progresivamente el área del techo verde del modelo. Para ello se realizó la elección del periodo comprendido entre el 12 y el 31 de marzo de 2022. Se escogió este periodo por su duración, y porque existieron cuatro eventos pluviales bien caracterizados que permiten un análisis del comportamiento del modelo en relación al aumento progresivo del techo verde.

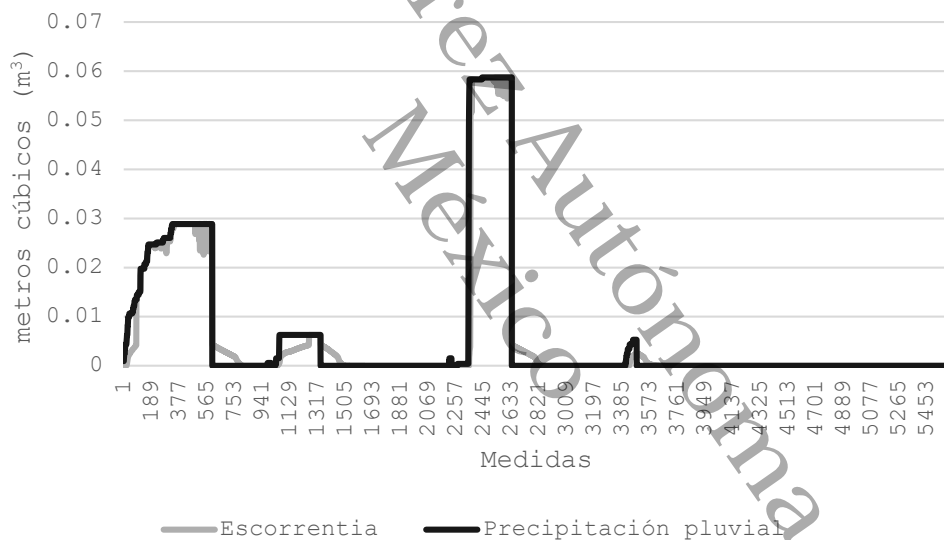
La elección de este periodo es de especial relevancia, ya que los cuatro eventos pluviales permiten ver cómo el aumento del área de captación del techo verde influye en la escorrentía. Este hecho permite realizar un análisis más preciso del comportamiento del programa en condiciones controladas que proporcionan datos importantes para corroborar su capacidad de representar cambios estructurales del sistema. Así pues, se trata de comprobar la eficacia del modelo, pero se debe entender también cómo el aumento del techo verde puede influir también en la gestión hídrica y en el funcionamiento del sistema que se repite en el tiempo bajo eventos de precipitación recurrentes.

### 18.2.7.1. Original.

La figura 33, la cual fue utilizada para la validación del modelo, también pone de manifiesto su capacidad para reducir la escorrentía provocada por episodios de lluvias del tipo 4. Cabe mencionar que este análisis se realizó considerando un techo verde de 1,9 m<sup>2</sup> y dos tubos de desagüe, lo cual permite evaluar la eficiencia del sistema bajo estas condiciones.

**Figura 33.**

*Precipitación VS escorrentía. original*



*Nota:* Validación del modelo, evidenciando la reducción de escorrentía en eventos pluviales tipo 4 para un techo verde de 1.9 m<sup>2</sup> con dos tuberías de desagüe.

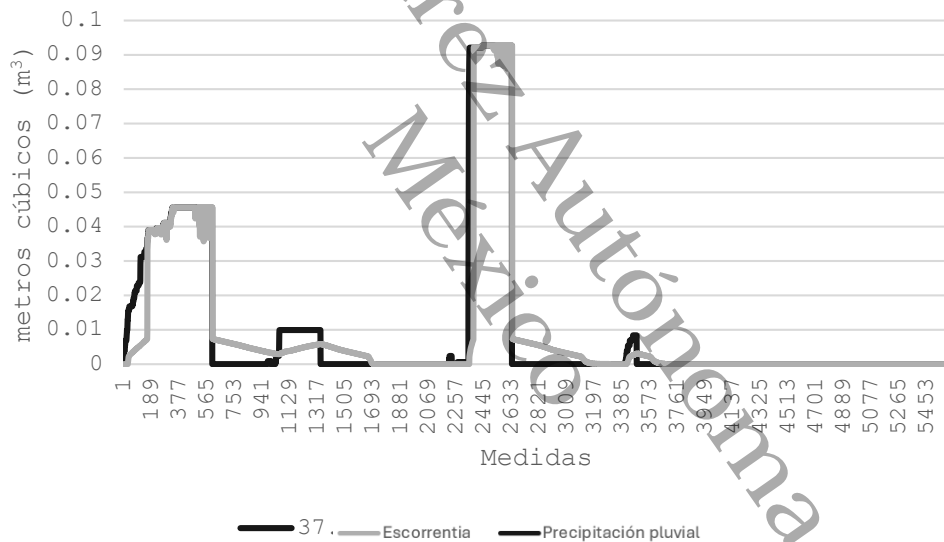
### 18.2.7.2. Ampliación del techo verde a 3 m<sup>2</sup>

Con las mismas consideraciones iniciales, se volvió a realizar una modificación del área del techo verde, pasándola a 3 m<sup>2</sup>, lo que permitió ver nuevamente que un mayor tamaño del techo contribuye considerablemente a una disminución

de las escorrentías en eventos de lluvias, especialmente en las lluvias de tipo 2 y 4; también se evidenció una mejora significativa en la mitigación de escorrentías producidas por lluvias de tipo 1, lo que prueba que incrementar el área del techo verde también mejora su rendimiento en la gestión de agua pluviales e ilustra su funcionamiento como elemento de control hídrico en entornos urbanos (figura 34).

**Figura 34.**

*Precipitación VS escorrentía. 3m<sup>2</sup>*



*Nota:* Impacto de la ampliación del techo verde a 3 m<sup>2</sup> en la reducción de escorrentía, con mejoras en eventos pluviales tipo 1, 2 y 4.

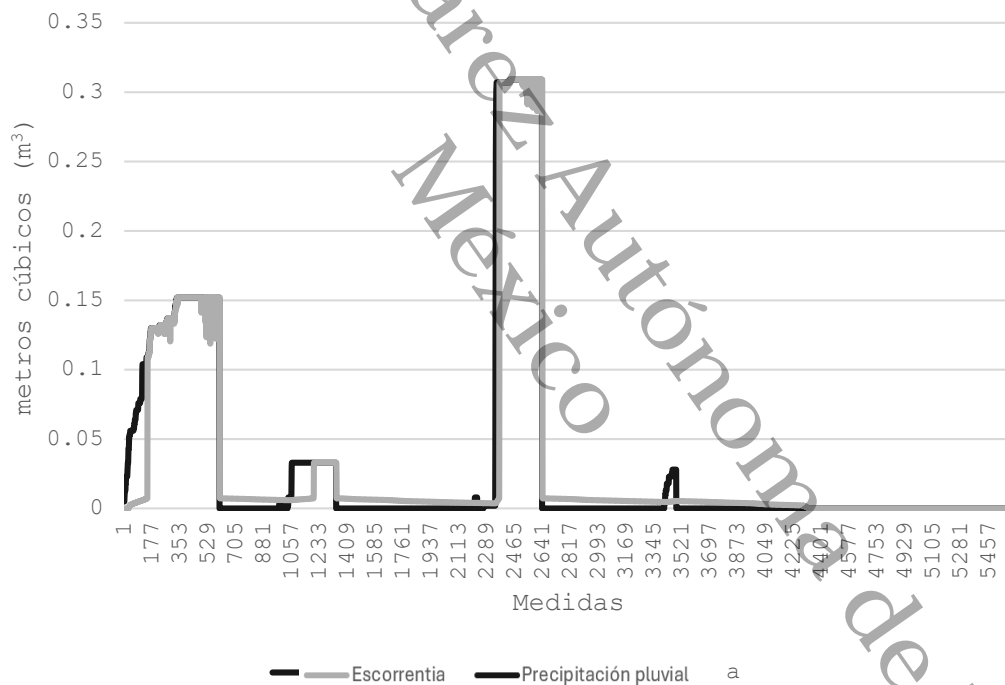
### 18.2.7.3. Ampliación del techo verde a 10 m<sup>2</sup>

Al mantener las condiciones iniciales y únicamente modificar el área del techo verde a 10 m<sup>2</sup>, de forma que en este contexto prácticamente no existe escorrentía para los eventos de tipo 4, esto se asocia con una capacidad mayor de acumulación y un incremento en la evapotranspiración.

El sistema también es capaz de manejar los eventos de tipo 2, provocando una reducción significativa de la escorrentía generada. Para los eventos de tipo 1, el rendimiento del techo verde se mantiene igual, con lo que demuestra una capacidad para gestionar precipitaciones más moderadas, pero que no afecta su rendimiento. Este resultado pone de manifiesto la importancia de aumentar el área del techo verde como una estrategia muy efectiva para la gestión hídrica urbana, particularmente para los eventos de alta intensidad.

**Figura 35.**

*Precipitación VS escorrentía. 10 m<sup>2</sup>*



*Nota:* Impacto de la expansión del techo verde en la reducción de escorrentías durante eventos pluviales de diferentes intensidades

#### **18.2.7.4. Ampliación del techo verde a 10 m<sup>2</sup> con 10 tuberías de desagüe**

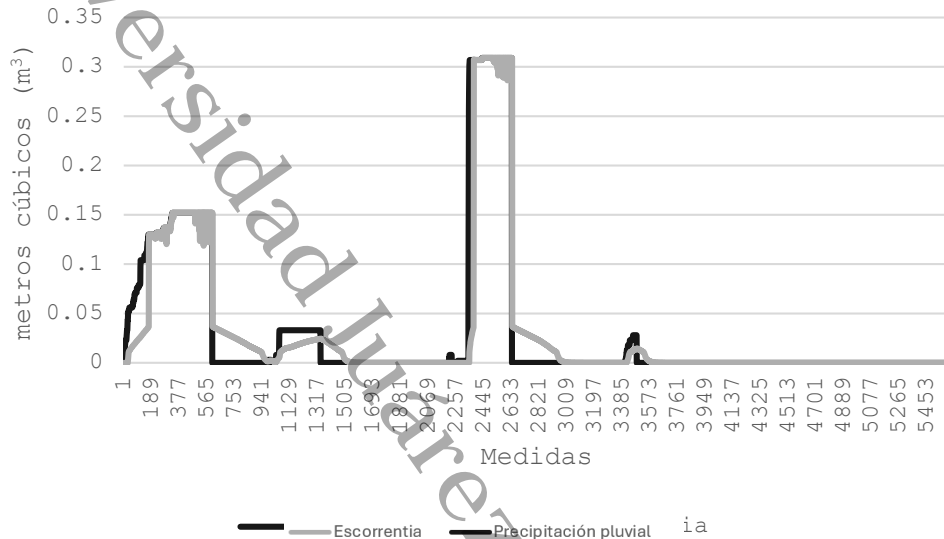
Al aumentar el área del techo verde a 10 m<sup>2</sup>, se consideró conveniente incrementar igualmente el número de tubos de desagüe, pasando a un sistema de un tubo por cada metro cuadrado de techo verde implantado; de tal forma podemos apreciar una gestión más controlada de la esorrentía, optimizando así la eficacia del sistema para diferentes tipos de eventos de lluvia.

En el caso de los eventos tipo 1 se pone de manifiesto que el aumento de la capacidad de desagüe mejora considerablemente la eficiencia al disminuir tanto el volumen como la duración de los escurrimientos. En el caso de los eventos tipo 3, donde se introduce una mejora leve de modo que el sistema es capaz de manejar flujos moderados con una mayor estabilidad. Por su parte, los eventos tipo 2 y 4 muestran un manejo del escurrimiento eficiente, evitando situaciones críticas de acumulación, lo que permite la aparición de un drenaje continuado y estable.

Esta configuración es capaz de poner de manifiesto cómo el equilibrio entre el área del techo verde y la capacidad del sistema de desagüe es importante para poder llevar a cabo la funcionalidad y la eficiencia a la hora de gestionar el agua, especialmente en aquellos eventos de lluvia más intensos, o que se prolongan por periodos más largos.

**Figura 36.**

*Precipitación VS escorrentía. 10 m<sup>2</sup> con 10 tuberías de desagüe*



*Nota:* Efecto de la ampliación del techo verde a 10 m<sup>2</sup> con 10 tuberías de desagüe en la gestión de escorrentías durante eventos pluviales de diferentes tipos.

#### 18.2.7.5. Ampliación del techo verde a 1,000 m<sup>2</sup> con 1,000 tuberías de desagüe y 1 m de profundidad de techo.

Como última prueba se simuló una situación que consistía en una hilera completa de viviendas dispuestas con techos verdes que cubrían un área total de 1,000 m<sup>2</sup>, con un drenaje en el que había 1,000 tuberías y se mantiene la proporción de una tubería para un metro cuadrado. Con esta configuración se han analizado cómo funcionan e interactúan todos los elementos y sus capacidades para gestionar eventos de lluvia drásticos.

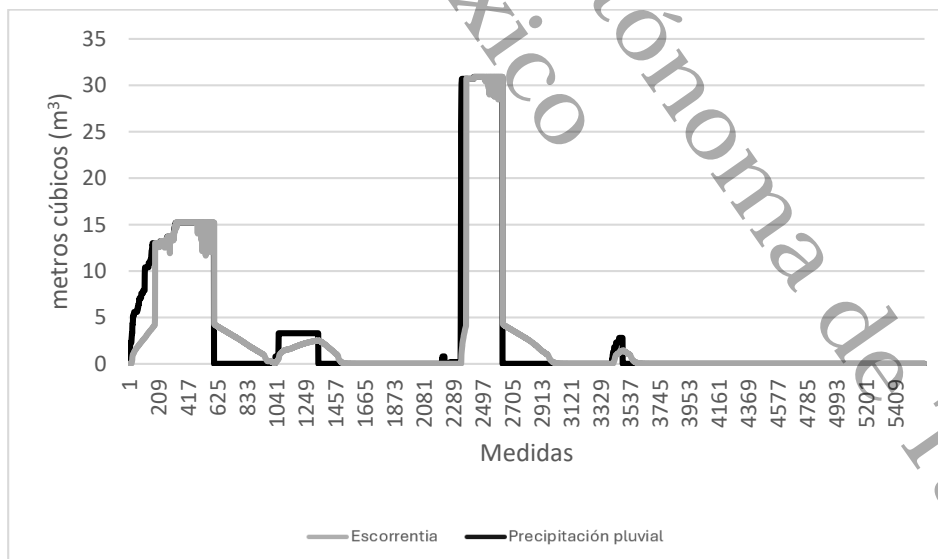
Los resultados muestran que, esta configuración, es muy efectiva para reducir y regular las escorrentías producidas por los cuatro tipos de eventos de lluvia analizados. El flujo, se reparte a través de un número mayor de tuberías, esto

hace que el drenaje sea más controlado y sostenible, ya que evita los picos críticos de las escorrentías y permite que el sistema se mantenga constante en el tiempo.

Esta situación demuestra, el potencial del modelo, para las representaciones a gran escala; lo cual permite hacer un análisis de esta tecnología, demostrando a su vez que esta tiene mucho potencial para ejecutarse a gran escala en urbanización y que sin duda podría ser capaz de ayudar a la gestión de las aguas, minimizar el riesgo de inundación y mejorar la estabilidad de los sistemas de drenaje para eventos de lluvia drásticos o prolongados. Se trata, pues, de una configuración que muestra la viabilidad del techo verde como una buena alternativa del diseño urbano y el uso sostenible de los recursos.

**Figura 37.**

*Precipitación VS escorrentía. 1000 m<sup>2</sup>, 1,100 descargas*



*Nota:* Desempeño del sistema de techo verde ampliado a 1,000 m<sup>2</sup> con 1,000 tuberías de desagüe y 1 m de profundidad en la gestión de las aguas de escorrentía durante los eventos pluviales.

## 19. Discusión

---

Una vez realizadas todas las pruebas y análisis correspondientes, se puede argumentar la factibilidad del modelo para la representación hídrica de los techos verdes, durante periodos extensos de tiempo, esto principalmente a la integración de la evapotranspiración dentro del mismo, lo cual, marca una diferencia con el trabajo de Pintado (2021), y esto permite que en este modelo exista un “Vaciado” del sistema por evapotranspiración, lo que es crucial para la representación a largo plazo. Por consiguiente, otro de los puntos clave en este estudio fue la representación de la relación directa que se puede observar entre la radiación solar y la evapotranspiración, puesto que se pudo comprobar cómo la menor o mayor radiación solar explican de manera congruente el nivel de humedad que puede poseer el sustrato y las plantas a través de los procesos de evaporación y de evapotranspiración. Representarlo de manera concreta en el modelo matemático fue uno de los aspectos clave para poder garantizar que el sistema del techo verde mantiene su capacidad de acumulación y drenaje, más en aquellos momentos donde el tiempo de contabilización era mayor. Así pues, este modelo busca predecir comportamientos en condiciones climáticas diversas y a largo plazo, subrayando el papel de la evapotranspiración como un mecanismo natural de control hídrico.

Se evidenció que el modelo es una herramienta útil para realizar análisis con distintas configuraciones, demostrando a su vez la utilización de los techos verdes en el manejo del agua, dado que para configuraciones con área de 1.9 m<sup>2</sup> el modelo presentaba características básicas en el manejo de eventos pluviales cortos. Sin embargo, al ampliar la representación del techo verde a un área de 3m<sup>2</sup> se pudo observar una mejora en la captación y disminución lógica de la escorrentía, tanto en eventos de corto como de mediano plazo, lo cual deja

ver la correlación entre el tamaño del techo y la eficacia del manejo hídrico, lo cual se vio confirmado al aumentar el área a representar a 10 m<sup>2</sup> y se tuviera una disminución correlacionada de la escorrentía y aumento de la evapotranspiración

Al realizar las pruebas en configuraciones de mayor escala, como la simulación de una hilera completa de viviendas con techos verdes que abarcan un área total de 1,000 m<sup>2</sup>, los resultados demuestran la factibilidad de los techos para el control hídrico y la factibilidad del modelo para hacer pruebas concluyentes. Del mismo modo el modelo demostró que es capaz de gestionar adecuadamente la variación que se puede dar en el caso de implementar un modelo con una proporción de una tubería de drenaje por cada metro cuadrado la cual a su vez desencadenó datos que dictaban que ese modelo sería óptimo. Es por ello por lo que la obtención de datos demostró la viabilidad del programa y su correcta representación de los componentes ambiental y sistémicos del modelo.

El modelo demostró que podía, además, hacer uso de datos reales realizados por unidades meteorológicas, la combinación de la realización de análisis realizado por eventos específicos como el llevado a cabo entre el 26 de abril y el 15 de mayo de 2022, empleando más de 35 mil datos en un periodo de más de 20 días, esto permitió verificar la funcionalidad del modelo en escenarios reales prolongados. Como los resultados muestran, el modelo no sólo es capaz de reproducir las dinámicas entre escorrentía y precipitación, sino que también es capaz de reflejar adecuadamente cómo la evapotranspiración y la acumulación se gestionan en periodos prolongados de tiempo, que mezclan épocas de precipitaciones y períodos secos. Con estas pruebas se demuestra que el modelo es viable y mejorable para la realización de pruebas de diversos escenarios en las condiciones urbanas del trópico húmedo.

## 20. Conclusión y recomendaciones

---

El modelo logra predecir de manera coherente la relación hídrica a largo plazo en un techo verde, en zonas urbanas del trópico húmedo; esto corroborado por dos tipos de pruebas, las diseñadas, con datos establecidos y controlados y con factores climáticos estándar y las reales, obtenidas por medio de una estación meteorológica; así mismo, por las mediciones de humedad en el sustrato, visualizado en las dos unidades semi-piloto instaladas en la misma zona que la estación meteorológica, en esta última considerando siempre una cobertura vegetal “pobre” derivado a la no aclimatación y extensión de las plantas en las unidades.

El modelo demostró ser útil para la correcta representación de la reducción de la escorrentía en función de los parámetros de diseño, presentando variaciones lógicas la hacer modificaciones en aspectos como “tamaño de modulo” o “tuberías de descarga”, por citar ejemplos, esto permitió simular diversos escenarios de reducción de escorrentía.

Una vez realizado todos los estudios y pruebas correspondientes, se puede establecer, que los resultados obtenidos en este documento logran demostrar la efectividad del modelo matemático, programado en Visual Basic for Applications (VBA) integrado en Microsoft Excel, para la predicción hidrológica de los techos verdes, para la gestión hídrica en entornos urbanos bajo condiciones del trópico húmedo, ya que este permitió evaluar las interacciones establecidas entre la precipitación la evapotranspiración, la humedad del sustrato y la escorrentía. Los análisis y pruebas realizados tanto con datos concretos como con los datos obtenidos a partir de mediciones específicas de unidades experimentales y unidades meteorológicas nos han permitido hacer

un análisis de los diferentes estados, podemos mostrar la versatilidad que puede tener esta tecnología en diferentes situaciones.

En conclusión, el modelo matemático representa una herramienta viable y eficiente para el análisis de las dinámicas de precipitación y escorrentía de los techos verdes, permitiendo analizar las configuraciones óptimas considerando los parámetros tanto ambientales, como de configuración de la ecotecnología; recomendando la realización de más pruebas constatadas con valores de unidades experimentales, que permitan seguir ajustando el modelo.

Las recomendaciones, una vez concluidos todos los análisis y pruebas en el sistema, serían en función del mejoramiento de las unidades semi-piloto, principalmente en el aspecto de la cobertura vegetal, ya que se recomienda para futuras investigaciones, hacer una revisión más a fondo del tipo de plantas a emplear y en la época del año que se sembrarían, para asegurar la adaptación de las mismas; de igual forma se recomienda seguir realizando pruebas de factibilidad, comparadas con unidades experimentales, que igualmente permitan tener un cálculo en tiempo real de la escorrentía, ya que esto permitirá ir mejorando el modelo, para una representación más fiable con respecto a la realidad.

## 21. Referencias

---

- Afizah-Asman, N.S., Dullah, S., Ayog, J.L., Mirasa, A.K., Djamila, H. (2017) The Hydrological Performance of Lightweight green roofs made from recycled materials as the drainage layer. MATEC Web of Conferences 103, ISCEE 2016.
- Aguirre D. & Morera C. (2014). Modelación hidrológica de techos verdes productivos. Pontificia Universidad Javeriana, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Civil. Bogotá, Colombia.
- Ascher, U. & Petzold, L. (1997). Computer Methods for ordinary differential equations and differential-algebraic equations, Society for Industrial and Applied Mathematics, USA.
- Barrio, E. P. (1998) Analysis of the green roofs cooling potential in buildings. Energy and Buildings, 27: 179-193
- Baryła, A., Karczmarczyk, A., Bus, A., & Hewelke, E. (2018). Influence of environmental factors on retention of extensive green roofs with different substrate composition. Ecological and Environmental Engineering, 6.
- Brito de Dios, C.I., (2019). Modelo para la estimación de la tasa de captura de dióxido de carbono de un techo verde extensivo bajo condiciones del trópico húmedo. Universidad Juárez Autónoma de Tabasco.
- Brito-Vallina, M.L., alemán-Romero, I., Fraga-Guerra, E., Para-García, J.L., & Arias-de Tapia, R.I. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. Ingeniería Mecánica, 14(2): 129-139.
- Burszta-Adamiak, E. (2012) Analysis of the retention capacity of green roofs. Journal of Water and Land Development 16(I-VI): 3-9.
- Burszta-Adamiak, E., Mrowiec, M. (2013) Modelling of green roofs' hydrologic performance using EPA's SWMM. Water Science and Technology 68(1): 36-42.

- Canul Gómez, W.A. (2014). Efecto de las Condiciones Ambientales Sobre el Establecimiento y Crecimiento de Especies Nativas en un Techo Verde. Tesis de Maestría en Ciencias Ambientales, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco. Villahermosa, México.
- Carson, T.B. (2014). Evaluating green roof stormwater management in New York City: observations, modeling, and design of full-scale systems. PhD Dissertation, Columbia University, USA.
- Cascone, S. (2019). Green roof design: State of the art on technology and materials. *Sustainability*, 11(11): 3020.
- Chow, V., Maidment, D. R., Mays, L. W., Chow, V., & Saldarriaga, J. G. (1993). *Hidrología aplicada*. McGraw-Hill Education.
- CONAGUA, (2020). Precipitación promedio: Comportamiento de la lluvia promedio mensual a nivel estatal y nacional desde 1985 a la fecha medida a través de estaciones.
- Contreras-Bejarano O., & Villegas-González P. (2019) Techos verdes para la gestión integral del agua: caso de estudio Chapinero, Colombia. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.
- Da Silva, M., K. Najjar, M., W. A. Hammad, A., Haddad, A., & Vazquez, E. (2020). Assessing the Retention Capacity of an Experimental. *Water DPI*, 22.
- Domínguez, E. 2000: Protocolo para la modelación matemática de procesos hidrológicos. *Meteorol. Colomb.* 2: 33-38.
- FAO. (2020). Evapotranspiración del cultivo Guías para la determinación de los requerimientos de agua de los cultivos.
- Federal technology alert. (2004). Green Roofs.
- FEMP. (2004). Green Roofs. Federal Energy management program, 32.
- Ferrans, P., Rey, C. V., Pérez, G., Rodríguez, J. P., & Díaz-Granados, M. (2018). Effect of green roof configuration and hydrological variables on runoff water quantity and quality. *Water*, 10(7): 960.

- Fuentes-Velasco M. (2014) Estimación de ahorro energético asociado a la instalación de un techo verde para el aislamiento térmico de un edificio bajo condiciones de clima tropical húmedo. Tesis de Licenciatura en Ingeniería Ambiental, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, México.
- García, W. I. Caracterización del agua proveniente de un techo verde extensivo empleado como sistema de captación pluvial. Tesis de Licenciatura en Ingeniería Ambiental, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, México.
- Griffin R. D. (2018). Principles of Stormwater Management. Taylor & Francis, USA.
- Grupo tragsa. (2018). La gestión integral del agua de lluvia en entornos edificados. Madrid: Villena Artes Gráficas, S.A.U.
- Hamouz, V., & Muthanna, T. M. (2019). Modelling of Green and Grey Roofs in Cold Climates Using EPA's Storm Water Management Model. Department of Civil and Environmental Engineering, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), 7.
- Hernández Pintado, M. (2021). Modelo dinámico del balance hídrico de un techo verde extensivo y su aplicación a condiciones de trópico húmedo. Tesis de Licenciatura en Ingeniería Ambiental, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, México.
- Ibáñez Gutiérrez, R. A, 2008. Techos verdes extensivos: Una práctica sostenible por descubrir e investigar en Colombia. Alarife: Revista de arquitectura, 61 (16), 21-36.
- INEGI. Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática. Compendio de información geográfica municipal. Cunducán (2020).
- Jun Y., Qian Y., & Peng G. (2008) Quantifying air pollution removal by green roofs in Chicago. Atmospheric Environment, 42(31): 7266-7273.
- Kemp, S., Hadley, P., & Blanuša, T., (2018) The influence of plant type on green roof rainfall retention. Urban Ecosystems 22: 355-366.
- Korgaonkar Y., Guertin P., Goodrich D., Unkrich C., Kepner W. & Burns S. (2018). Modeling Urban Hydrology and Green Infrastructure Using the AGWA Urban Tool and the KINEROS2 Model. Built Environ. 4:58.

- Li W.C., Yeung K.K.A. (2014) A comprehensive study of green roof performance from environmental perspective, *International Journal of Sustainable Built Environment*, 3: 127-134.
- Li, Y (2014) Hydrologic performance analyses, modeling, and design tool development for green roof systems, PhD dissertation, University of Hawaii, USA.
- Liua, W., Fenga, Q., Chenb, W., Wei, W., & Ravinesh, C. (2019) The influence of structural factors on stormwater runoff retention of extensive green roofs: new evidence from scale-based models and real experiments. *Journal of Hydrology*, 569: 230-238.
- Locatelli, L., Mark, O., Mikkelsen, P. S., Arnbjerg-Nielsen, K., Jensen, M. B., & Binning, P. J. (2014). Modelling of green roof hydrological performance for urban drainage applications. *Journal of Hydrology, Part D*, 519: 3237-3248.
- López-Machado N., Domínguez-González C., Barreto W., Méndez N., López-Machado L., Soria-Pugo M., Lizano-Acevedo R. & Montesinos-Machado V. (2020). Almacenamiento de agua de lluvia en medios urbanos utilizando techos verdes. *La granja: Revista de ciencias de la vida*, 32(2): 54-71.
- Minke G., & Lagrotta, D. E. (2004). Techos verdes. Planificación, ejecución, consejos prácticos. Fin de Siglo. 9-13.
- Nowak D.J., Crane, D.E., Stevens, J.C. (2006) Air pollution removal by urban trees and shrubs in the United States. *Urban Forestry & Urban Greening* 4(3-4): 115-123.
- Organización de las Naciones Unidas, ONU (2018). Desarrollo urbano en América Latina: retos y oportunidades. Por E. Velásquez. 22/03/2018.
- Ouldboukhitine, S., Belarbi, R., Jaffal, I., & Trabelsi, A. (2011). Assessment of green roof thermal behavior: A coupled heat and mass transfer model. *Building and Environment* 46: 2624-2631.
- Quezada-García S., Espinosa-Paredes, G., Polo-Labarríos, M. A., Espinosa-Martínez, E. G., & Escobedo-Izquierdo, M. A. (2020). Green roof heat and mass transfer mathematical models: A review. *Building and Environment* 170: 106634.

- Sanlúcar-Estrada, J. (2016) Modelo matemático del comportamiento del área foliar de especies vegetales a partir de la distribución de probabilidad beta. Tesis de Maestría en Ciencias Ambientales, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, México.
- Scholz-Barth, K., y Tanner, S., 2004. Federal Technology Alert: Green Roofs. DOE Energy Efficiency and Renewable Energy (EERE). U.S. Department of Energy, Energy Efficiency and Renewable energy. Washington.
- Schultz, I., Sailor, D. J., & Starrya, O. (2018) Effects of substrate depth and precipitation characteristics on stormwater retention by two green roofs in Portland OR. *Journal of Hydrology: Regional Studies* 18: 110-118.
- Seidl, J. (2015) Monitoring and Modeling the Hydrological Performance of Extensive Green Roof Systems. Master of Science Thesis, The University of Wisconsin-Milwaukee, USA.
- Shafique M, Kim R, Kyung-Ho K (2018) Green Roof for Stormwater Management in a Highly Urbanized Area: The Case of Seoul, Korea. *Sustainability* 10: 584.
- Speak A., Rotwell J., Lindley S., & Smith, C. (2013) Rainwater runoff retention on an aged intensive green roof. *Science of the Total Environment* 461-462, 28-38.
- Stovin V., Vesuviano G., & Kasmin H. (2012) The hydrological performance of a green roof test bed under UK climatic conditions, *Journal of Hydrology* 414-415.
- Teemusk A. & Mander Ü. (2009). Green roof potential to reduce temperature fluctuations of a roof membrane: A case study from Estonia. *Building and Environment* 44: 643-650.
- United States Environmental Protection Agency, USEPA (2014). Evaluation of green roof water quantity and quality performance in an urban climate. Report No. EPA/600/R-14/180, Office of Research and Development, September.
- Yok Tan P., & Sia A. (2005) A pilot Green roof research project in Singapore. En Proc. of 3rd North American Green Roof Conference: Greening rooftops for sustainable communities, Washington, DC. 4-6.

- Zafra-Mejía C., Temprano-González J., & Tejero-Monzón J. (2007). Contaminación por escorrentía superficial urbana: contaminación por escorrentía superficial urbana: metales pesados acumulados sobre la superficie de una vía. *Revista ingeniería e investigación* 27: 4-10.
- Zhang, J. Q., Fang, X. P., Zhang, H. X., Yang, W., & Zhu, C. C. (1997) A heat balance model for partially vegetated surfaces. *Infrared Physics & Technology* 38: 287-294.
- Ceballos, J. (2005) *Enciclopedia de Microsoft visual basic*. Ediciones RA-MA
- Organización de las naciones unidas para la agricultura y la alimentación (FAO). (2020). *Evapotranspiración del cultivo: Guías para la determinación de los requerimientos de agua de los cultivos*
- Cuidemos el planeta. (2018). *Energías renovables*. Recuperado de <https://www.cuidemoselplaneta.org/2018/01/energias-renovables.html>
- Secretaría de Energía. (2008). *Energías renovables 2008: Energía biomasa*. Secretaría de Energía. Recuperado de <http://www.energia.gov.ar>
- ABG Ltd. (n.d.). *Soil properties: Permeability (Tech Note)*. ABG Ltd. Recuperado de <https://www.abgltd.com>
- Ramos Gómez, K. del R. (n.d.). *Antecedentes de techos verdes*.
- Nafarrate Hecht, A. C. (2017). *Estimación directa e indirecta del índice de área foliar (IAF) y su modelación con LiDAR en un bosque tropical seco de Yucatán [Tesis de maestría, Centro de Investigación Científica de Yucatán, A.C.]*. Mérida, Yucatán, México.

## 22. Anexos

### Anexo A. Descripción de la interfaz grafica

El desarrollo del programa se realizó con un libro de Microsoft Excel al que se le ha integrado una parte de Visual Basic for Applications (VBA), unido al uso de Excel como base de datos y a las capacidades programativas de VBA para realizar automatismos y gestionar la interfaz del usuario. En este sentido, la propia funcionalidad de Excel se basa, por tanto, en su capacidad de almacenar y organizar información, utilizando una hoja en concreto denominada "base de datos" para poder almacenar la información en ella. Esta hoja en particular contendrá la información obtenida de las mediciones meteorológicas, que queda recogida gracias a la unidad Ambient Weather WS-2000, y que ha de ser introducida manualmente por el usuario, aunque el programa diseñado permite poder sustituir la información de forma sencilla para estudiar distintos periodos de tiempo, haciendo que así el programa ofrezca flexibilidad de funcionamiento; además, en esta misma base de datos se introducen parcialmente los resultados que se han recolectado para la graficación final.

La programación en VBA, por su parte, queda estructurada en tres módulos, de los cuales el 1 se encarga de generar y representar el gráfico final en la interfaz de usuario con el objetivo de permitir de esta manera una visualización clara y efectiva de los resultados. El homólogo 3 es responsable de la apertura directa de la interfaz del programa a través de un acceso directo, de forma tal que se simplifican de esta manera los pasos previos para la ejecución del análisis. Por último, se encuentra también un formulario o ventana de "ingreso", el cual está diseñado para ofrecer una interfaz intuitiva en la que el usuario puede interactuar con el programa, insertar información y configurarla en función de las especificaciones del análisis.

Esta estructura permite aprovechar la capacidad de procesamiento de datos de Excel añadiéndole la flexibilidad que le proporciona el VBA, para convertirla en una herramienta robusta, flexible y fácil de usar que tiene por objetivo la gestión y el análisis de la información meteorológica de una forma flexible y muy sencilla.

Al abrir el documento de Excel automáticamente se abriría la ventana del programa figura número 38, que cuenta con 5 páginas distintas que son "Sustrato", "Drenaje", "Proyecto", "Ubicación" y "Gráfico". Cada una de estas páginas queda delimitada por marcos o partes, dentro de cada uno de estos marcos aparecen etiquetas que indican el parámetro a solicitar y un cuadro de texto donde el usuario debe introducir manualmente el parámetro.

**Figura 38.**

*Interfaz del documento de Excel*

MODELO MATEMÁTICO PARA LA PREDICCIÓN DEL DESEMPEÑO HIDROLÓGICO DE TECHOS VERDES

### DESEMPEÑO HIDROLÓGICO DE TECHOS VERDES

Sustrato | Drenaje | Proyecto | Ubicación | Gráfico

Dimensiones	Propiedades iniciales	Propiedades físicas
Profundidad (m) 0.3	Altura de agua en el techo verde (m) 0.0	Porosidad (%vol) 51.8
	Contenido volumetrico de agua (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ) 0.0	Densidad de partícula (kg/m <sup>3</sup> ) 300
		Capacidad de campo (%=100 m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> saturación) 35

**Propiedades**

Tipo de suelo	Arenoso
Contenido de humedad en el suelo a capacidad de campo (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> )	0.12
Contenido de humedad en el punto de marchitez (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> )	0.045
Profundidad de la capa del suelo que es sujeta al secado (m)	0.07

Base de datos | Calcular | Cerrar

*Nota:* La interfaz tiene cinco páginas de interacción (Sustrato, Drenaje, Proyecto, Ubicación y Gráfico) donde se van a ingresar parámetros de esta forma en recuadros de texto.

La figura 38 presenta la primera página de la interfaz del programa (Sustrato), la cual está organizada en cuatro marcos que agrupan y separan las distintas secciones para un ingreso ordenado de los datos, donde la sección de las dimensiones permite al usuario obtener la profundidad del sustrato en m, un parámetro esencial que permitirá conocer la capacidad de almacenamiento y de retención del agua que tiene el techo verde.

En la sección de propiedades iniciales encontramos un espacio para poder introducir la altura inicial del agua que hay en el techo verde en metros y cuál es el contenido volumétrico inicial. Estos dos valores permiten definir las condiciones generales de partida de las simulaciones del modelo. A su vez, el marco de propiedades físicas permite introducir la porosidad del sustrato, la densidad de las partículas y la capacidad de campo, los cuales describen las características estructurales y funcionales del sustrato y que influyen en el comportamiento de este en el contexto del modelo hidrológico.

Finalmente, se detalla en el marco de propiedades el tipo de suelo que se está utilizando (arcillosos, arenoso, etc.), el contenido de humedad en el suelo a capacidad de campo, el contenido de humedad en el punto de marchitez y la profundidad de la capa del suelo sujeta a secado. Estos valores son importantes ya que determinan la modelación de los procesos de retención y pérdida de humedad, a fin de que la modelación se acerque lo máximo posible a la realidad. La organización en marcos permite la navegación a través de la interfaz y permite la entrada ordenada de los valores que son necesarios para el funcionamiento del programa.

**Figura 39.**

Página "Drenaje" del programa.

MODELO MATEMÁTICO PARA LA PREDICCIÓN DEL DESEMPEÑO HIDROLÓGICO DE TECHOS VERDES

### DESEMPEÑO HIDROLÓGICO DE TECHOS VERDES

Sustrato | Drenaje | Proyecto | Ubicación | Gráfico

**Niveles máximos**

Capacidad máxima de retención de agua (L/m<sup>2</sup>)

Nivel de llenado (%)

**Sistema de conducción**

Número de tuberías de descarga

Diámetro de tubería de descarga, Dp (in)

Coeficiente de descarga específico de escorrentía, (-)

Altura del tubo desde el fondo del techo (m)

Base de datos

En la segunda página del programa, que lleva por nombre "Drenaje", se muestra cómo gestionar y analizar todos los eventos correspondientes a la retención y el drenado de agua en el sistema. Esta sección se compone de dos marcos como agrupar los parámetros propios para poder dar la representación correspondiente a los niveles máximos de almacenamiento y a la caracterización del sistema de conducción del agua.

El primer marco, que se denomina "Niveles máximos", permite al usuario poder introducir la capacidad máxima del agua de retención del techo verde, así como el nivel actual de llenado del sistema. Estos valores son capitales para evaluar la capacidad que tiene el techo verde para poder retener agua antes de darle drenaje a dicha agua hasta llegar a los sistemas de drenaje.

El segundo marco se refiere al marco "Sistema de conducción", y engloba los parámetros y la información vinculados a las tuberías que realizan la función

de drenaje, permitiendo que en esta parte el usuario introduzca el número de tuberías de descarga instaladas, el diámetro de cada una de ellas, el coeficiente de descarga individual específico de la escorrentía y la altura de la tubería respecto a la altura del fondo del techo. Estos son datos que son relevantes para el modelo del flujo del agua hacia el sistema de drenaje, contribuyendo a la mejora del diseño para que el drenaje de la escorrentía funcione correctamente.

Así mismo, con esta página el usuario dispone de los elementos necesarios para controlar ciertos aspectos críticos del sistema de escorrentía del techo verde, garantizando el correcto funcionamiento del drenaje ante las condiciones de cambio de los distintos escenarios de escorrentía, cuando se realiza el análisis.

#### Figura 40.

Página "Proyecto" del programa

MODELO MATEMÁTICO PARA LA PREDICCIÓN DEL DESEMPEÑO HIDROLÓGICO DE TECHOS VERDES

### DESEMPEÑO HIDROLÓGICO DE TECHOS VERDES

Sustrato | Drenaje | Proyecto | Ubicación | Gráfico

**Techo verde**

Área del techo verde (m2)

Ángulo de inclinación del techo (°)

**Módulos**

Anchura (m)

Longitud (m)

Altura (m)

Número de módulos

**Cobertura vegetal**

Altura promedio de las plantas (m)

área foliar activo

Número de plantas

**Medidor meteorológico**

Altura de medición

Base de datos

La siguiente página del programa es "Proyecto", que contiene toda la información relacionada con las mediciones y las características del techo verde. Este capítulo tiene una extensión de 4 marcos, donde se recogen los

parámetros que se requieren para tener una representación de la estructura del sistema y de la cobertura vegetal.

En el marco de "Techo verde", se introducen los datos básicos que tiene el sistema, como el área total, el ángulo de inclinación... son los parámetros que tienen una influencia directa sobre la captura del agua, sobre el balance de agua en general y sobre la respuesta del sistema en función de unas condiciones u otras.

El marco "Módulos" está dedicado a introducir las principales dimensiones de los módulos que forman el techo verde, introduciendo su anchura, longitud, altura y el número total que se ha utilizado para el desarrollo del proyecto, ya que este detalle permite modelar la estructura del techo verde, así como su interacción con los otros componentes.

La sección "Cobertura vegetal" resume los datos relacionados con las plantas que se utilizan en el sistema, que son la altura media de las plantas, el área foliar activa, el número de plantas y la información que nos permite determinar las plantas que hemos instalado. Estos valores son imprescindibles para poder tener el valor de la evapotranspiración y analizar cómo puede influir la vegetación en el manejo hídrico del techo verde. En la última sección dedicada a las mediciones meteorológicas, esta tendría sentido si la misma nos ocupa la altura desde la que se van a tomar las mediciones meteorológicas, puesto que este nivel de detalle es importante para garantizar que los valores que se generen sean representativos y se ajusten a la manera en cómo se ha diseñado el modelo. La página "Proyecto", en definitiva, nos aporta una visión de suma para con los parámetros estructurales y biológicos del techo verde con una posibilidad de análisis, más concretamente, en función de las particularidades sometidas a consideración en el proyecto.

**Figura 41.**

Página "Ubicación" del programa.

MODELO MATEMÁTICO PARA LA PREDICCIÓN DEL DESEMPEÑO HIDROLÓGICO DE TECHOS VERDES

### DESEMPEÑO HIDROLÓGICO DE TECHOS VERDES

Sustrato | Drenaje | Proyecto | Ubicación | Gráfico

**Localización**

	Grados °	Minutos '	Segundos ''
Latitud	18	3	54
Longitud	93	30	0
Longitud específica	90		

**Gravedad**

Gravedad de la Zona (m/s <sup>2</sup> )	9.785
Elevación de la Zona (m)	16

Base de datos | Calcular | Cerrar

La página "Ubicación" que forma parte del programa tiene como finalidad recoger toda la información correspondiente al lugar en que está instalado el techo verde; esta página tiene dos apartados que hacen referencia respectivamente a las coordenadas geográficas y a las condiciones físicas del lugar.

En el apartado "Localización" se registran los datos de latitud, longitud y longitud específico, que permiten identificar la ubicación del techo verde con exactitud; estos parámetros son totalmente necesarios, ya que se utilizan para ajustar el modelo a las condiciones climáticas y geográficas del lugar, y así los cálculos tienen en cuenta lo que se les presenta.

En el apartado "Gravedad" se añaden datos importantes sobre la gravedad específica de la zona y la altura del lugar en metros sobre el nivel del mar, datos que contribuyen a calcular adecuadamente procesos que tienen que ver con el flujo de agua y la presión en el sistema de drenajes.

La página “Ubicación” introduce la información geográfica y física del sitio para poder adaptar el modelo a las características de este.

**Figura 42.**

Página “Gráfico” del programa



*Nota:* Presenta los resultados procesados del modelo matemático de forma gráfica

La última hoja que ocupa el software es la que se denomina “Gráfico”. Dicha hoja es la que presenta la información procesada y los resultados que ha proporcionado el modelo matemático, siendo su salida principal, ya que es la forma gráfica en la que el programa presenta la información a partir de los datos que ha procesado. En este sentido, se puede decir que en esta hoja es donde trabaja sólo de forma única con la información obtenida, ya que sólo visualiza la información generada por el mismo y permite la correcta lectura de los resultados generados en su almacén. La parte inferior de la interfaz nos indicará que existen tres botones de función que permiten al usuario usar el programa de forma ágil:

Base de datos: El uso de este botón lleva al usuario hasta la hoja de Excel donde se pueden almacenar y trabajar los datos meteorológicos, así como otros parámetros del modelo que van a ser utilizados y son importantes para el modelo.

Cerrar: Permite cerrar la ventana del programa y finalizar la sesión de trabajo.

Calcular: A través de este botón se ejecutan los cálculos necesarios para generar la gráfica que va a ser utilizada, así como los resultados que se muestran en el posterior anexo B. Este botón va a permitir dar vida a las funciones del modelo y obtener los datos procesados en tiempo real.

### Anexo B. Programa

A continuación, se muestran imágenes de la programación realizada, que ejemplifican sus principales características y sus elementos visuales; cada captura se encuentra acompañada de una descripción suficientemente detallada para poder comprender la estructura y el funcionamiento de esta.

#### Figura 43.

*Limpieza de los datos existentes en las columnas específicas del programa antes de realizar nuevos cálculos.*

```
Private Sub Calcular_Click()  
  
' _____ 1. LIMPIEZA DE RESULTADOS _____  
  
Dim ÚltimaFila As Long      'Cuenta la ultima fila de la fila Y de conteo  
Dim rangoBorrar As Range   'Establece el rango de borrado  
  
'Obtener la última fila en las columnas especificadas  
ÚltimaFila = Cells(Rows.Count, "Y").End(xlUp).Row  
  
' Verificar si hay filas para borrar  
If ÚltimaFila >= 2 Then  
    ' Definir el rango a borrar  
    Set rangoBorrar = Range("Y2:AM" & ÚltimaFila)  
  
    ' Borrar el contenido del rango  
    rangoBorrar.ClearContents  
End If
```

*Nota:* El programa detecta de forma automática la última fila que contiene información en la columna "Y" y, posteriormente, borrará la información de celdas desde la fila 2 hasta la última fila en la cual haya texto en las columnas "Y" a "AM". De esta forma, el programa se asegura que los resultados anteriores no interfieran con los cálculos futuros, dejando disponible el espacio en blanco para poder procesar y mostrar los nuevos datos que se le piden al usuario, cuando se le introduzcan.

**Figura 44.**

*Declaración de variables y constantes esenciales para el funcionamiento del programa.*

```
'----- 2. DECLARACIÓN DE VARIABLES -----'
'2.1. Declaración de variables de sustrato, capa de drenaje y sistema de conducción
Dim Pr As Double      'porosidad
Dim dep As Double     'Densidad de particula
Dim fc As Double      'capacidad de campo
Dim prsus As Double   'profundidad de sustrato
Dim capmax As Double  ' capacidad maxima de retención de agua
Dim llenado As Double 'Nivel de llenado
Dim numtub As Double  'Numero de tuberias
Dim diame As Double   'Diametro de descarga
Dim coef As Double    'coeficiente de descarga específico de escorrentia
Dim alttub As Double  'altura del tubo desde el fondo del techo
Dim areaT As Double   'area del techo verde
Dim angulo As Double  'Angulo de inclinacion del techo

Dim Anchura As Double 'Anchura del techo verde
Dim longitud As Double 'longitud del techo verde
Dim altura As Double  'altura del techo verde

Dim EtcN() As Double

'2.2. Declaración de variables de estado del modelo (forma matricial vacía)
Dim h() As Double      'Altura de nivel de agua (m)
Dim vvc() As Double    'Contenido volumétrico de agua en el sustrato (m³/m³)
Dim V() As Double      'Volumen de agua en el techo verde (m³)
Dim S() As Double      'Escorrentia del techo (m³/s)
Dim ap() As Double     'Área de tubería de conducción mojada (m²)
Dim t() As Double      'Tiempo (s)
Dim hw() As Double     'Altura de agua dentro del tubo de conducción (m)
```

Las variables que abordan las propiedades del sustrato, el sistema de drenaje, las condiciones atmosféricas y el balance hídrico, como también aquellas que permiten calcular la evapotranspiración y modelar dinámicas hidrológicas están incluidas en la figura 44. Además, son incorporados los datos de naturaleza geográfica y climática para poder adecuar el modelo correspondiente al contexto del techo verde. La interacción de estas variables junto con las constantes físicas y/o matemáticas que se hayan determinado, entre las que se encuentran la constante solar o la de Stefan Boltzmann,

permiten realizar cálculos y asegurar que el modelo puede simular los procesos que se relacionan con la gestión hídrica del techo verde.

**Figura 45.**

*Bucles y while*

```
' _____ 3. Simplificación de la función Worksheetfunction _____  
Dim AW As Object  
Set AW = Application.WorksheetFunction  
  
' _____ 4. Cálculo de datos del evento pluvial _____  
While Sheets("base de datos").Cells(2 + i, 2).Value <> ""  
    i = i + 1  
Wend  
Ndata = i
```

Esta parte del código (figura 45) cumple con dos importantes finalidades. En primer lugar, simplifica el uso de las funciones integradas del Excel mediante la creación de un objeto denominado AW, teniendo así el acceso a las funciones de hoja de cálculo y posteriormente, en el momento de realizar el cálculo de datos del evento pluvial, crea un bucle While que cuenta las filas que contienen datos en la hoja denominada "base de datos" e incrementa la variable i al tiempo que va encontrando celdas vacías. A su vez, de este modo, se va obteniendo la cantidad total de datos disponibles (Ndata) lo cual es fundamental para definir el rango de análisis del evento pluvial en el modelo.

**Figura 46.**

*Redimensionamiento de vectores*

```
' _____ 5. Dimensionamiento de los vectores de las variables de estado del modelo _____  
'prueba  
Dim hn As Double  
'ReDim hn(0 To Ndata, 1 To 1)  
  
ReDim ppdam(0 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim ppm(0 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim FFv(0 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim PFvn(0 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim h(0 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim V(0 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim S(0 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim ap(0 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim theta(0 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim hw(0 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim vwc(0 To Ndata, 1 To 1)  
  
'evapotranspiracion  
ReDim Temp(1 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim Tmax(1 To Ndata, 1 To 1) As Double 'Temperatura maxima por dia  
ReDim Tmin(1 To Ndata, 1 To 1) As Double 'Temperatura minima por dia  
  
ReDim rs(1 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim Hum(1 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim U2(1 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim dr(1 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim dias365(1 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim declinacion(1 To Ndata, 1 To 1)  
ReDim presion(1 To Ndata, 1 To 1)
```

Este bloque de código (figura 46) se encarga de redimensionar vectores ajustando su tamaño para el número de datos (Ndata) que hay en la base de datos. Este paso es el encargado de asegurar que las variables que son partícipes del modelo a partir de la información de los datos meteorológicos, hidrológicos y de balance hídrico pueden almacenar adecuadamente la información que corresponde a cada registro del evento pluvial.

Los vectores modificados recogen datos relevantes tales como la altura del nivel de agua, el volumen, la escorrentía, el contenido volumétrico de agua, la evapotranspiración, las temperaturas, la humedad, la radiación solar, la resistencia aerodinámica, etc., hasta en un total de 35 variables. Estas variables permiten llevar a cabo una modelización correcta de los procesos hidrológicos, entre ellos la relación de las precipitaciones, la dinámica del sustrato y el sistema de drenaje.

Esta actividad permite que cada variable pueda hacer frente a la problemática de los datos dinámicos de tamaño variable según la extensión del análisis y, por tanto, constituye un requerimiento básico e imprescindible para la flexibilidad y precisión del software en las distintas situaciones.

**Figura 47.**

*Lectura y procesamiento de datos*

```

'----- 6. LECTURA DE DATOS DESDE LA GUI -----
'6.1. Características del sustrato
prsus = Val(Ingreso.ProfundidadTB.Value)

Pr = Val(Ingreso.PorosidadTB.Value / 100)           'Porosidad (%)
dp = Val(Ingreso.DensidadTB.Value)                 'Densidad de partícula
fc = Val(Ingreso.CapCampoTB.Value / 100)           'Capacidad de campo (%)
hs = Val(Ingreso.ProfundidadTB.Value)              'Profundidad del sustrato (m)
eWP = Val(Ingreso.eWPTB.Value)                     'Contenido de humedad en el punto de marchitez
eFC = Val(Ingreso.eFCTB.Value)                     'Contenido de humedad en el suelo a capacidad de campo
Ze = Val(Ingreso.ZeTB.Value)                       'Profundidad de la capa de suelo sujeta al secado
TIPS = Val(Ingreso.TIPSTB.Value)                   'Tipo de suelo

'6.2. Capa de drenaje
Cmr = Val(Ingreso.RetencionTB.Value)                'Capacidad máxima de retención
Nd = Val(Ingreso.LlenadoTB.Value)                  'Nivel de llenado (%)

'6.3. Sistema de conducción de agua pluvial
Nt = Val(Ingreso.TuberiasTextBox.Value)            'Número de tubos
dt_string = VBA.Split(Ingreso.DiametroTextBox.Value, " in") 'Diámetro de tubería
dt_string2 = VBA.Split(dt_string(0), " ")

If UBound(dt_string2) = 0 Then                      'UBound es la dimensión máxima del vector
    dt = Val(dt_string2(0))                         'Val convierte una cadena en valor
Else
    dt = Val(dt_string2(0)) + 0.5
End If
dt = 0.0254 * dt                                    'Diámetro de tubería (m)
cd = Val(Ingreso.CoficientedesTextBox.Value)       'Coeficiente de descarga
hp = Val(Ingreso.AlturatuboTextBox.Value)          'Altura del tubo desde el fondo (m)
    
```

Este bloque de código (figura 47) asume la tarea de leer y procesar la información que el usuario ha escrito manualmente en la interfaz gráfica que muestra el programa. Los valores que pueden ser leídos incluirán aquellos que se refieren a las propiedades del sustrato, la capa de drenaje, el sistema de conducción de las aguas pluviales, las dimensiones del techo verde y de los módulos, así como los datos correspondientes para el cálculo de la evapotranspiración y las coordenadas geográficas donde se encuentra la ubicación donde se haya instalado el sistema. Todos estos parámetros se convierten a números y se asignan a variables que van a ser utilizadas para poder llevar a cabo el cálculo del modelo.

El proceso ordenado en la lectura de estos formatos asegura que la información necesaria pueda ser introducida correctamente dentro del programa y los cálculos que llevan a cabo, los cuales reflejan de una forma precisa las condiciones del propio techo verde y su entorno. Todo ello hace posible que el

modelo sea maleable y que se ajuste a las configuraciones propias que establece el usuario final.

**Figura 48.**

*Conteo secuencial para organización*

```
' _____ 7. CONTEO _____  
  
For i = 1 To Ndata  
    cont(i, 1) = i ' Almacena el valor en la matriz  
Next i  
  
' Imprime la matriz en la columna A a partir de la celda A1  
Range("y2").Resize(Ndata, 1).Value = cont
```

El fragmento de código que se puede ver en la figura 48 aplica un conteo en orden para poder organizar los datos que se obtienen del modelo. Este proceso utiliza un bucle For que recorre desde 1 hasta Ndata (que es el número total de datos que se han calculado previamente) y almacena cada valor en una matriz que lleva por nombre cont, la cual hace las veces de un índice que asocia cada registro con su correspondiente ubicación en el conjunto de los datos.

Una vez alcanzado el final del bucle anterior, los valores que contendrá la matriz cont se imprimirán en la hoja de cálculo, es decir, en la columna "Y" desde la celda Y2. Así, el programa puede llevar un control de los datos que le permite manejar los datos a la hora de utilizarlos o analizar a posteriori, de una forma clara y ordenada.

**Figura 49.**

*Fecha y hora*

```
' _____ 8. Separación de la fecha y hora _____

'Dimensiona las variables a utilizar
Dim columnaB As Range
Dim datos As Variant
Dim delimitador As String

' Especifica la columna que contiene los datos a separar
Set columnaB = Range("B2:B" & Cells(Rows.Count, "B").End(xlUp).Row)

' Especifica el delimitador utilizado para separar los datos
delimitador = "/"

' Recorre cada celda de la columna de datos
For Each celda In columnaB
    ' Divide los datos de la celda en función del delimitador
    datos = Split(celda.Value, delimitador)

    ' Recorre el array de datos resultante
    For i = LBound(datos) To UBound(datos)
        ' Escribe cada dato separado en una columna diferente
        Cells(celda.Row, i + 26).Value = Format(datos(i), "0.00")
    Next i
Next celda

'unir fecha para grafica
Dim fechaUN As Date
Dim diaUN As Integer
Dim mesUN As Integer
Dim añoUN As Integer
Dim lastRow As Long

' _____ 9. para dejar el dia en dias de 365 _____

'para dejar el dia en 365 dias separados
Dim diaS As Integer 'Dias en 365
Dim mes As Integer 'Mes en número
Dim dia As Integer 'Dia de cada mes

' Especifica la columna en la que se encuentran los datos
Dim columnaM As Range
Set columnaM = Range("AA2:AA" & Cells(Rows.Count, "AA").End(xlUp).Row)

' Recorre cada celda de la columna
For Each celda In columnaM
    ' Asigna los valores correspondientes a las variables mes y dia
    mes = celda.Offset(0, 0).Value
    dia = celda.Offset(0, -1).Value

    ' Evalúa la condición y asigna el resultado
    If mes = 1 Then
        diaS = dia
    ElseIf mes = 2 Then
        diaS = dia + 31
    ElseIf mes = 3 Then
        diaS = dia + 59
    ElseIf mes = 4 Then
        diaS = dia + 90
    ElseIf mes = 5 Then
        diaS = dia + 120
    ElseIf mes = 6 Then
        diaS = dia + 151
    ElseIf mes = 7 Then
        diaS = dia + 181
    ElseIf mes = 8 Then
```

El presente fragmento de código (véase la Figura 49) ejecuta distintas operaciones para preparar y transformar los datos de fecha y hora que son imprescindibles para la exploración temporal de los datos en el modelo. En este procesamiento se incluye la separativa, la transformación y la unificación de la información temporal para poder representarla adecuadamente en gráficas o cálculos.

Primero, separa las fechas de la columna "B" en partes del día, del mes y del año, utilizando como delimitador el símbolo ("/", para desmenuzar estos valores en columnas consecutivas. Luego, vuelve a unir estas columnas, utilizando la función DateSerial para obtener las fechas, que son almacenadas en la columna "AD". Este paso garantiza tener fechas adecuadas para ser utilizadas en los gráficos y análisis.

Finalmente, transforma el calendario en días acumulados desde el inicio del año, teniendo en cuenta cada mes y cada día y asignando un número único que corresponde con la posición del día en un período de 365 días. Este paso es de vital importancia en el caso de que vaya a llevarse a cabo un análisis temporal, o estacional, mediante el cual se asegura de que estas mediciones pudieran ser unidas por el tiempo. Las tareas llevadas a cabo en el paso correspondiente preparan las series de datos en el tiempo para que se realicen cálculos correctos y que los gráficos sean fácilmente representables en el modelo.

## Figura 50.

### *Cálculo de evapotranspiración*

```
' _____ 10. Evapotranspiración _____
'10.1. Constantes
latitudRad = (latitudG + latitudM / 60 + latitudS / 3600) * (pi / 180) 'convirtiendo a radianes
longitudRad = (LongitudG + longitudM / 60 + longitudS / 3600) * (pi / 180) 'convirtiendo a radianes
tiempo_localR = tiempo_local * 0.01745329 'convirtiendo a radianes
elevelar = 100000
zm = Amed
zh = Amed
k = 0.41 'constante de Von Karman

'10.2. plantas
hplantas = hplanta / 100 'Altura de las plantas
d = (2 / 3) * hplantas
zom = 0.123 * hplantas
zoh = 0.1 * zom
```

Este fragmento de código (Figura 50) es el responsable de fijar las constantes y parámetros requeridos para el cálculo de la evapotranspiración, un proceso esencial y a la vez determinante en el modelo hidrológico, que se encarga de intercambiar unidades, determinar valores geométricos y aplicar relaciones empíricas para estimar la contribución de las variables climáticas y estructurales.

En esta primera parte, se llevan a cabo las conversiones de las coordenadas de latitud y longitud, y del tiempo local, de grados a radianes, los cuales son necesarios para realizar los cálculos astronómicos y meteorológicos que se encuentran en el modelo; al mismo tiempo, se indican constantes de suma importancia, como por ejemplo la constante de Von Karman ( $k = 0.41$ ), la cual juega un papel fundamental en los cálculos de transporte de calor y de masa en la atmósfera.

La segunda parte, que está relacionada con las plantas, se encarga de calcular la altura de las plantas ajustada a metros y de determinar los parámetros geométricos más relevantes:  $d$  (longitud característica relacionada con el dosel vegetal),  $zom$  (altura de rugosidad para el momento) y  $zoh$  (altura de rugosidad para el calor). Estos valores se basan en relaciones empíricas que se deducen de la estructura y el tamaño de la vegetación y desempeñan un papel fundamental en el modelado de la resistencia aerodinámica y de la evapotranspiración del propio sistema. Este bloque finalmente proporciona los valores iniciales que son imprescindibles para poder incluir las plantas en el cálculo del balance hídrico.

### Figura 51.

#### Temperaturas máximas y mínimas diarias

```
----- -10.1. Calculos previos complejos-----  
' Obtención de las temperaturas máximas y mínimas por día  
Dim wh As Worksheet  
Dim diaTemp As Range  
Dim temperaturas As Range  
Dim maxTemp As Double  
Dim minTemp As Double  
Dim currentDia As Long  
  
' Define la hoja de trabajo y los rangos de datos  
Set wh = ThisWorkbook.Sheets("base de datos")  
  
Set diaTemp = wh.Range("AE2:AE" & Ndata + 1)  
Set temperaturas = wh.Range("E2:E" & Ndata + 1)  
  
' Crear arrays para almacenar los máximos y mínimos  
Dim maxTemps() As Double  
Dim minTemps() As Double  
ReDim maxTemps(1 To Ndata)  
ReDim minTemps(1 To Ndata)  
  
' Inicializa el primer día  
currentDia = diaTemp.Cells(1, 1).Value  
maxTemp = temperaturas.Cells(1, 1).Value  
minTemp = temperaturas.Cells(1, 1).Value  
  
' Recorre los datos
```

Esta parte del código del programa (figura 51), el encargo de estimar las temperaturas máximas y mínimas de los días en base a la "base de datos" de datos meteorológicos, se realizó bajo un esquema iterativo que va leyendo los datos de temperatura y de fecha, agrupando las temperaturas por día en arrays.

En primer lugar, se definen los rangos para las fechas y temperaturas de la hoja de cálculo "base de datos". Una vez establecidos los rangos, se inicializan las variables que llevan la cuenta del día actual y de las temperaturas máxima y mínima relacionadas. A medida que el proceso avanza en la lectura de los datos, el programa logra comparar la fecha de días pasados con la fecha del día actual y, por tanto, ir almacenando las temperaturas máximas y mínimas. En el momento en el cual detecta que hay cambio de días, almacena las temperaturas extrema en arrays para el día que ya está completado, y se preparan los cálculos para el siguiente día.

Al finalizar el paso del bucle, se escriben los resultados de las temperaturas máxima y mínima a cada fila de las columnas 32 y 33 de la hoja de cálculo "base de datos". Este proceso resulta eficaz y permite estructurar los datos

meteorológicos para posteriores cálculos de evapotranspiración y otros aspectos de cálculo relacionados con el modelo hidrológico.

### Figura 52.

#### *Toma de datos desde Excel*

```
' _____ 10.2.TOMA DE DATOS DE EXCEL _____  
'Iteracion Para toma de datos  
For i = 1 To Ndata  
  
    rs(i, 1) = (Cells(i + 1, "N").Value) * 0.0006 'Radiación solar y conversión a mj/minm2  
    Temp(i, 1) = Cells(i + 1, "E").Value 'temperatura  
    Hum(i, 1) = Cells(i + 1, "F").Value 'Humedad  
    U2(i, 1) = Cells(i + 1, "I").Value 'viento  
    dias365(i, 1) = Cells(i + 1, "AE").Value 'dias de uno en uno  
    tiempoN(i, 1) = Cells(i + 1, "AC").Value * 24 'hora de la medicion  
    presion(i, 1) = Cells(i + 1, "M").Value * 0.133322 'presi n atmosferica  
    TMax(i, 1) = Cells(i + 1, "AF").Value + 273.16 'Temperatura maxima por dia  
    Tmin(i, 1) = Cells(i + 1, "AG").Value + 273.16 'Temperatura minima por dia  
  
Next i
```

En la figura 52 se recogen los datos mediante Excel, de la hoja "base de datos", y mediante un bucle For, va "recorriendo" las filas de datos existentes (Ndata) y almacenando en matrices (ya definidas) los valores correspondientes, ajustando dichas unidades según se requiera para poder utilizarlas un poco más adelante.

Durante cada iteración, se extraen algunos datos relevantes: radiación solar, temperatura, humedad, velocidad del viento, días del año, tamaño de la medición, presión atmosférica, temperaturas máxima y mínima del día, etc. De este modo, la radiación solar se transforma a mega julios por minuto y por metro cuadrado, la presión atmosférica y las temperaturas a unidades de medida básicas para el modelo (Pascuales y Kelvin, respectivamente).

Este trabajo delimita y estandariza los datos meteorológicos tal cual han sido extraídos, garantizando que ya pueden ser utilizados para procesos más complejos (evapotranspiración, balance hídrico y otras dinámicas del modelo).

**Figura 53.**

*Radiación solar y el tiempo de medición*

```

'----- 10.3. calculos -----
For i = 1 To Ndata - 1

'10.3.1.RADIACIÓN

' Calulo de los tiempos de medición
If i < Ndata Then
    t1(i, 1) = tiempoN(i + 1, 1) - tiempoN(i, 1)
    ' Verificar si el valor calculado es menor o igual a cero
    If t1(i, 1) <= 0 Then
        ' Si es menor o igual a cero, tomar el valor estandar de 2min
        t1(i, 1) = 0.033333333 't1(i + 1, 1)
    End If
Else
    ' Si i es igual a Ndata, asigna el último dato sin intentar acceder a tiempoN(i + 1, 1)
    t1(i, 1) = t1(i - 1, 1)
End If

' corrección estacional para el tiempo solar -----
b(i, 1) = (2 * pi * (dias365(i, 1) - 81)) / 364
Sc(i, 1) = 0.1645 * Sin(2 * b(i, 1)) - 0.1255 * Cos(b(i, 1)) - 0.025 * Sin(b(i, 1))

'Obtención de las W
w(i, 1) = (pi / 12) * ((tiempoN(i, 1) + 0.06667 * (LongitudRad - tiempo_localR) + Sc(i, 1)) - 12) 'Ángulo de radiación a la puesta del :
w1(i, 1) = w(i, 1) - (pi * t1(i, 1) / 24) 'Ángulo de radiaciÃn al inicio del periodo
w2(i, 1) = w(i, 1) + (pi * t1(i, 1) / 24) 'Ángulo de radiaciÃn al final del periodo
    
```

Este par de líneas de código (figura 53) lleva a cabo cálculos diversos sobre la radiación solar y el período de tiempo de la medida, ambos necesarios para la exploración de la evapotranspiración y el balance hídrico. En primer lugar, calcula el intervalo de tiempo entre medidas consecutivas (t1), corrigiendo cuando es preciso, ya que asigna un valor estándar de 2 minutos en caso de hallar valores desiguales y acentuados; ello permite garantizar la continuidad y el ajuste de las medidas temporales, incluso si las entradas de datos son irregulares. Posteriormente, aplica una corrección (Sc) para adecuar el tiempo solar al día del año y determina los ángulos de radiación solar (w, w1, w2) teniendo en cuenta su posición geográfica, el tiempo local y la posición solar.

A través de todas estas operaciones es capaz de modelar bien la incidencia de la radiación solar al objeto de estudio, un elemento determinante para la evaluación de la evapotranspiración (et) y su equilibrio respecto a las características climáticas locales presentes en el sistema en el que se encuentra.

**Figura 54.**

*Cálculo de radiaciones*

```

'10.3.1.1.Radiación extraterrestre
Rextr(i, 1) = (12 / pi) * Gsc * dr(i, 1) * ((w2(i, 1) - w1(i, 1)) * Sin(latitudRad) * Sin(declinacion(i, 1)) + Cos(latitudRad) * Cos(declinacion(i, 1)))

'10.3.1.2.Radiación día despejado
Rso(i, 1) = (0.75 + (2 / elevar) * ElevacionM) * Rextr(i, 1) 'radiacion día despejado

'10.3.1.3.Radiación de onda corta
Roc(i, 1) = (1 - alpha) * rs(i, 1) 'Radiacion de onda corta

'10.3.1.4.Radiación de onda larga
Rol(i, 1) = Stefan * ((TMax(i, 1) * TMax(i, 1) * TMax(i, 1) + tmin(i, 1) * tmin(i, 1) * tmin(i, 1) * tmin(i, 1)) / 2) * (0.34 + 0.15 * TMax(i, 1) - 0.47 * tmin(i, 1))

'10.3.1.5.Radiación neta
Rn(i, 1) = Roc(i, 1) - Rol(i, 1) 'RADIACION NETA

'10.3.1.6. calculo del Flujo del calor del suelo (Ghr)
If tiempoN(i, 1) >= 6 And tiempoN(i, 1) <= 18 Then
    Ghr(i, 1) = 0.1 * Rn(i, 1)
Else
    Ghr(i, 1) = 0.5 * Rn(i, 1)
End If

```

Este código, ilustrado en la figura 54 de este trabajo, pivota sobre el cálculo de las diferentes formas de radiación y su efecto en el sistema, que son dos de los componentes fundamentales para el modelado del balance energético y evapotranspiración. Se calcula la radiación extraterrestre (Rextr), que es la densidad de flujo de la radiación solar que llega a la parte superior de la atmósfera y que está corregida en función de la posición solar y la declinación. Posteriormente, se calcula la radiación en un día despejado (Rso) teniendo en cuenta la elevación del lugar, y finalmente, se halla la radiación de onda corta (Roc) que es la densidad de flujo de la radiación que llega a la superficie tras ser absorbida por la atmósfera.

Por otra parte, también se opta por calcular la radiación de onda larga (Rol), la cual equivale a la energía que se está emitiendo desde la superficie terrestre de acuerdo con las temperaturas máximas, mínimas junto a la presión atmosférica. La radiación neta (Rn), que resulta de la diferencia entre la radiación de onda corta y la radiación de onda larga, es importante para calcular la energía que está disponible para procesos como la

evapotranspiración. Por último, el flujo de calor del suelo (Ghr), que depende del momento del día, se obtiene asignando un porcentaje de la radiación neta de acuerdo con whether es periodo diurno o nocturno, lo cual refleja que hay una transferencia de energía hacia el suelo o a partir del mismo. Estos cálculos dan lugar a la base energética del modelo hidrológico.

**Figura 55.**

*Evapotranspiración de referencia ( $ET_0$ )*

```

10.3.2: CALCULANDO ETO

'10.3.2.1 Presiones
Es(i, 1) = 0.6108 * Exp((17.27 * Temp(i, 1)) / (Temp(i, 1) + 273.3)) 'Presion de saturación de vapor a la temp del aire
Ea(i, 1) = (Hum(i, 1) / 100) * Es(i, 1) * Temp(i, 1) 'Presion real de vapor

deltha(i, 1) = (4098 * Es(i, 1)) / ((Temp(i, 1) + 273.3) * (Temp(i, 1) + 273.3)) 'Pendiente de la curva de presión de saturación de vapor
Latente(i, 1) = 2.501 - (2.361 / 1000) * Temp(i, 1) 'Calor latente de vaporización
psi(i, 1) = ((1.013 * presion(i, 1)) / (0.622 * Latente(i, 1))) / 1000 'Constante Psicrométrica

'rs1
rs1 = 200 / (24 * Hplanta)

'Ra
If U2(i, 1) = 0 Then
Ra(i, 1) = 2097
Else
Ra(i, 1) = ((Math.Log((zm - d) / zom)) * (Math.Log((zh - d) / zoh))) / (((k) ^ 2) * U2(i, 1))
End If
    
```

La figura 55 se basa en obtener la evapotranspiración de referencia ( $ET_0$ ) mediante la estimación de presiones de vapor, propiedades termodinámicas, y resistencias de intercambio aerodinámico que son fundamentales para poder modelar el intercambio de energía y de agua del sistema.

En primer lugar, se obtienen las presiones de vapor: la presión de saturación del vapor de agua ( $E_s$ ), que se facilita de la temperatura del aire, y la presión real de vapor ( $E_a$ ) que puede ser calculado con la humedad relativa y la temperatura. Estos valores son primordiales a la hora de conocer el contenido en vapor en el aire y, por lo tanto, su capacidad de transporte.

Luego, se estima la pendiente de la curva de presión de vapor de saturación ( $\Delta$ ), que se define con el cambio de la presión de vapor en función de la temperatura, así como el calor latente de vaporización (Latente) que representa la energía que es necesaria para transformar agua líquida en vapor. La constante psicrométrica ( $\psi$ ) se obtiene para incluir la influencia de la presión atmosférica de modo que la transferencia del vapor de agua quede amparada.

Para finalizar, se establecen también parámetros de resistencia: la resistencia superficial específica ( $r_{sl}$ ) para el dosel de la planta y la resistencia aerodinámica ( $R_a$ ) que depende de la velocidad del viento y de la geometría del dosel, valores que son determinantes para modelar el flujo de agua y energía desde la superficie de la planta hasta la atmósfera y acabar con los cálculos estimadores de la evapotranspiración de referencia ( $ET_0$ ).

**Figura 56.**

*Evapotranspiración del cultivo ( $ET_c$ )*

```

''10.3.2.2 Evapotranspiracion de referencia
ETON(i, 1) = (0.408 * deltha(i, 1) * (Rn(i, 1) - Ghr(i, 1)) + psi(i, 1) * (37 / (Temp(i, 1) + 273) * U2(i, 1) * (Es(i, 1) - Ea(i, 1)))) /

'----- 10.3.3. CALCULANDO ETC por metodo dual -----
'calculos constantes
Kcbh = 1 + 0.1 * hplantas 'para vegetacion de zona humeda
Kcmin = 0.175

'KCB
IAF = (AF * Nplantas) / a
ciclo(i, 1) = Sheets("base de datos").Cells(1 + i, 35).Value
KcbFull(i, 1) = Kcbh + (0.04 * (U2(i, 1) - 2) - 0.004 * (Hum(i, 1) - 45)) * (Hmin / 3) ^ 0.3 ' coeficiente basal de cultivo maximo
Kcbmed(i, 1) = Kcmin + (KcbFull(i, 1) - Kcmin) * (1 - Exp(-0.7 * IAF)) ' coeficiente basal de cultivo medio
KCb(i, 1) = Kcbmed(i, 1) + (0.04 * (U2(i, 1) - 2) - 0.004 * (Hum(i, 1) - 45)) * (hplantas / 3) ^ 0.3

'KCMAX
Kcmax1(i, 1) = (1.2 + (0.04 * (U2(i, 1) - 2) - 0.004 * (Hum(i, 1) - 45)) * (hplantas / 3) ^ 0.3)
Kcmax2(i, 1) = KCb(i, 1) + 0.05
If Kcmax1(i, 1) > Kcmax2(i, 1) Then
KcmaxF(i, 1) = Kcmax1(i, 1)

```

La figura 56 ilustra el procedimiento para calcular la evapotranspiración del cultivo ( $ET_c$ ) a partir de un enfoque que plantea consideraciones de factores

específicos para el suelo, la vegetación y las condiciones climáticas para computar de forma precisa el consumo de agua por parte del cultivo. El cálculo se hace a partir de considerar la  $KCb$  (coeficiente basal de cultivo, para el cultivo considerando la humedad del suelo y las atmósferas), el coeficiente de evaporación del suelo ( $K_e$  se basa en el agotamiento de la humedad disponible en la superficie del sustrato).

El modelo contempla el balance hídrico diario del suelo ( $Dei$ ) que es la diferencia entre la precipitación efectiva y la escorrentía y el coeficiente de reducción de evaporación ( $K_r$ , coeficientes que dan cuenta de la influencia de la humedad en el suelo sobre la capacidad de evaporación) como el modelo final de la evapotranspiración del cultivo, teniendo en consideración también las propiedades físicas del sistema como la superficie efectiva del techo verde o el contenido fácil de agua evaporable (AET) hasta llegar al por el que se generan finalmente los valores de evapotranspiración del cultivo, considerándose ajustes para evitar valores negativos, permitiendo así un modelo más realista, que considere las variaciones en el balance del agua del sistema.

**Figura 57**

*condiciones iniciales del modelo hidrodinámico*

```
' _____ 11. MODELO HIDRODINÁMICO _____
'11.1. Condiciones iniciales
'11.1.1. Contenido volumétrico (VWC) y altura de nivel de agua(h)
vwc(0, 1) = Val(Ingreso.ContenidoVolTB.Value) 'Contenido volumétrico de agua
h(0, 1) = Val(Ingreso.AlturaDeAguaTB.Value) 'Altura inicial de nivel de agua (m)

'11.1.2. Precipitación pluvial en unidades de volumen (m3)
PPV(0, 1) = (Sheets("base de datos").Cells(2, 17).Value * a) / 1000
'PFVn(0, 1) = (Sheets("base de datos").Cells(2, 16).Value * a) / 1000

'11.1.3. altura de nivel de agua dentro de la sección transversal (m)
If h(0, 1) > hp Then
  hw(0, 1) = h(0, 1) - hp
Else
  hw(0, 1) = 0
End If
'11.1.4. Ángulo del sector circular relacionado con el segmento (radianes)
If hw(0, 1) / dt <= 1 Then
  theta(0, 1) = 2 * AW.Acos(1 - 2 * (hw(0, 1) / dt))
Else
  theta(0, 1) = 2 * AW.pi()
End If
'11.1.5. Área de sección transversal mojada (m )
ap(0, 1) = Nt * ((dt * dt) / 8) * (theta(0, 1) - VBA.Sin(theta(0, 1)))
'11.1.6. Escorrentía pluvial en el tubo horizontal de descarga (m /s)
If h(0, 1) <= hp Then
  S(0, 1) = 0
```

La figura 57 prescribe condiciones que son imprescindibles para comenzar a simular el comportamiento del agua en el sistema del techo verde. Es decir que, los parámetros que destacan hacen referencia al contenido volumétrico del agua, a la altura del nivel del agua inicial, a la precipitación, a la escorrentía y al volumen acumulado.

Definimos, en primer lugar, el contenido volumétrico del agua en el sustrato (vwc) y la altura del nivel del agua inicial (h).

Una vez definidos estos parámetros, calculamos la precipitación pluvial considerada en términos de volumen (PPV) multiplicando por el área del techo verde; es posible verificar si la precipitación ha producido una altura de agua excedente en el tubo de drenaje (hp) y seguir con la altura de agua dentro del tubo de drenaje (hw) así como con el cálculo del ángulo del sector circular que se deriva (theta), que fija el área de la sección transversal mojada (ap).

A continuación, se procede a estimar la escorrentía inicial (S) en el tubo de descarga, ya que esta cantidad de escorrentía depende de si el nivel del agua alcanza o no la altura del tubo; y luego se estima el volumen inicial del agua almacenada en el propio techo verde (V) con ayuda de la escorrentía y la precipitación. Este inicial c/n de V es entonces apuntado en la hoja de datos o para ser utilizado en la continuación de las simulaciones y cálculos, iniciando la base para el modelado dinámico del sistema hidrológico.

## Figura 58

### Iteraciones del modelo hidrodinámico

```
'11.3.1. Precipitación pluvial en unidades de volumen (m3)
PPv(i, 1) = ((Sheets("base de datos").Cells(2 + i, 17).Value * a) / 1000)

'11.3.3. Altura de nivel de agua dentro de la sección transversal (m)
If h(i - 1, 1) > hp Then
    hw(i, 1) = h(i - 1, 1) - hp
Else
    hw(i, 1) = 0
End If

'11.3.4. Ángulo del sector circular relacionado con el segmento (radianes)
If hw(i, 1) / dt <= 1 Then
    theta(i, 1) = 2 * AW.Acos(1 - 2 * (hw(i, 1) / dt))
Else
    theta(i, 1) = 2 * AW.pi()
    hw(i, 1) = dt
End If

'11.3.5. Área de sección transversal mojada (m2)
ap(i, 1) = Nt * ((dt * dt) / 8) * (theta(i, 1) - VBA.Sin(theta(i, 1)))

'11.3.6. Escoorrentía pluvial en el tubo horizontal de descarga (m3/s)
If h(i - 1, 1) <= hp Then
    S(i, 1) = 0
Else
    If V(i - 1, 1) > (prsus * a) Then
        S(i, 1) = (cd * ap(i, 1) * Sqr(2 * gravedad * h(i - 1, 1))) + (V(i - 1, 1) - (prsus * a))
```

Con la finalidad de explicar el comportamiento dinámico del agua en el techo verde simulando el modelo hidrodinámico por cada intervalo de tiempo que se analiza, se muestran las iteraciones en la figura 58. Los cálculos presentan ciertos parámetros considerados dentro del evento de una precipitación, el modelo de escorrentía, el contenido volumétrico de agua y el volumen total.

El cálculo inicia desde la precipitación pluvial en volumen (PPv), que transforma las entradas en cantidades manejables para el modelo. La altura del nivel de agua que existe en el tubo de drenaje ( $hw$ ) se calcula según el caso en el que el agua supere la altura del tubo, así como también el ángulo del sector circular ( $\theta$ ), que influyen el área de sección transversal mojada ( $a_p$ ). Valores que se utilizan para calcular la escorrentía ( $S$ ) considerando la capacidad del sistema de drenaje combinado con la retención del sustrato.

Con la finalidad de explicar el comportamiento dinámico del agua en el techo verde simulando el modelo hidrodinámico por cada intervalo de tiempo que se analiza, se muestran las iteraciones en la figura 58. Los cálculos presentan ciertos parámetros considerados dentro del evento de una precipitación, el modelo de escorrentía, el contenido volumétrico de agua y el volumen total.

El cálculo inicia desde la precipitación pluvial en volumen (PPv), que transforma las entradas en cantidades manejables para el modelo. La altura del nivel de agua que existe en el tubo de drenaje ( $hw$ ) se calcula según el caso en el que el agua supere la altura del tubo, así como también el ángulo del sector circular ( $\theta$ ), que influyen el área de sección transversal mojada ( $a_p$ ). Valores que se utilizan para calcular la escorrentía ( $S$ ) considerando la capacidad del sistema de drenaje combinado con la retención del sustrato.

### Figura 59.

#### Escritura de resultados

```
'12. Escritura de resultados  
  
Range("AH2").Resize(Ndata - 1, 1).Value = h  
Range("AI3").Resize(Ndata - 1, 1).Value = V  
  
Range("AJ2").Resize(Ndata - 1, 1).Value = ETc  
  
Range("AK2").Resize(Ndata - 1, 1).Value = PPv  
Range("AL3").Resize(Ndata - 1, 1).Value = S 'Escorrentia  
  
Call mostrarGrafico  
End Sub
```

En la figura 59 se adolece la escritura de resultados cuando se presenta la visualización gráfica mediante los datos calculados del modelo hidrodinámico. Estas variables, que se obtuvieron en las iteraciones anteriores, tales como, por ejemplo, la altura del nivel de agua (h), el volumen de agua en el techo verde (V), la evapotranspiración del cultivo (ETc), la precipitación pluvial en volumen (PPv) y la escorrentía (S), etc., se escriben en las celdas de la hoja de cálculo asignadas a estos resultados, lo que posibilita que estén a disposición para su interpretación, análisis, exportación, etc. Los rangos que están predefinidos AH2, AI3, etc., determinan la ubicación exacta donde se escriben los resultados, haciendo también una descripción enumerativa de los resultados que se escriben en cada una de las columnas, para que sean interpretados. Finalmente, la instrucción "Call mostrarGrafico" referente al módulo 1, se da por terminada la explicación de la figura 59.

## Figura 60.

### Mostrar gráfico

```
Sub mostrarGrafico()  
    Dim mychart As Chart  
    Dim Data As Range  
    Dim tmpImage As String  
  
    Application.ScreenUpdating = False  
  
    Set Data = Range(Cells(2, 37), Cells(2, 38).End(xlDown))  
    Set mychart = ActiveSheet.Shapes.AddChart.Chart  
  
    ' Ajustar el tamaño del gráfico  
    mychart.Parent.Width = 400 ' Ancho en puntos  
    mychart.Parent.Height = 200 ' Altura en puntos  
  
    mychart.SetSourceData Source:=Data  
    mychart.ChartType = xlLine ' Establecer el tipo de gráfico como líneas  
  
    ' Establecer el título del gráfico  
    mychart.HasTitle = True  
    mychart.ChartTitle.Text = "Disminución de escorrentía"  
  
    ' Establecer nombres de las series  
    mychart.SeriesCollection(1).Name = "Escorrentía por precipitación pluvial"  
    mychart.SeriesCollection(2).Name = "Disminución de la escorrentía por techo verde"  
  
    tmpImage = ThisWorkbook.Path & Application.PathSeparator & "imgChart.gif"  
    mychart.Export Filename:="imgChart.gif", FilterName:="gif"  
  
    Ingreso.Image1.Picture = LoadPicture("imgChart.gif")  
  
    ActiveSheet.ChartObjects(1).Delete  
  
    Application.ScreenUpdating = True
```

La metodología que se ilustra en la figura 60 aboca la generación y la exhibición de un gráfico de líneas que expresa la relación entre escorrentía pluvial y disminución debido al efecto del techo verde. En una primera etapa selecciona un rango de los datos en su hoja de cálculo y produce un gráfico en la misma hoja y establece su tamaño, tipo y el título que describa la dinámica de la escorrentía, asignándole, además, nombres para las series como escorrentía por precipitaciones pluviales y disminución de escorrentía por el efecto del techo verde, permitiendo de este modo diferenciarlas, con lo cual se hace mucho más clara la descripción de los datos que representa.

El gráfico fue exportado en forma de imagen temporal de tipo .gif y se almacena en un control de imagen (Image1) en el formulario del programa, lo que facilita

establecer la interfaz de usuario con la representación gráfica, así se genera la posibilidad de obtener información visualmente legible de forma sencilla. El gráfico que fue creado en la hoja de Excel se elimina de forma posterior para no generar basura dentro del espacio de trabajo; y la puesta en marcha de ScreenUpdating permite establecer el flujo de trabajo de forma fluida sin presentar los momentos intermedios generando aún una respuesta más ágil ante el usuario. El resultado de esta tarea de trabajo combina la generación de gráficos dinámicos que emplean datos que se soportan en el documento en el cual se está trabajando, pero además la visualización de tales gráficos directamente en el interfaz gráfico de la aplicación mejora significativamente la interpretación de los resultados.

## Anexo C. Instalación de unidad semi-piloto

### Figura 61 y 62.

*Preparación de los módulos*



Las figuras anteriores muestran la respectiva preparación de los módulos que fueron incluidos en las unidades semi-piloto.

### Figura 63 y 64.

*Unidades experimentales de techos verdes*



Las cifras anteriores muestran las unidades experimentales de techos verdes, que disponen de una altura de desagüe de 0.05 m a partir de la cota de piso e inclinaciones del 5° y 0° respectivamente.

**Anexo D.**

<b>Alojamiento de la Tesis en el Repositorio Institucional</b>	
Título de la Tesis	<b>MODELO MATEMÁTICO PARA LA PREDICCIÓN DEL DESEMPEÑO HIDROLÓGICO DE TECHOS VERDES EN ZONAS URBANAS BAJO CONDICIONES DE TRÓPICO HÚMEDO</b>
Autora de la Tesis	Ing. Mariela Alejandra Gómez Mendoza
ORCID.	0009-0004-5100-755X
Resumen de la Tesis	<p>El eje central de este proyecto de investigación fue la realización de un modelo matemático que permitiese estimar de manera óptima el desempeño hidrológico de techos verdes en zonas urbanas con condiciones de trópico húmedo, con el objetivo de establecer un sistema que permita la estimación fiable del comportamiento de los techos verdes en cuestiones de su capacidad de retención de agua pluvial y escorrentía superficial. Para la correcta implementación del modelo se consideran conceptos clave, como lo son los establecidos, como: la precipitación, almacenamiento, radiación solar, sustrato, inclinación de las unidades, así como los calculados, como la evapotranspiración y la escorrentía, basándose en dos modelos previamente establecidos como lo con el hidrológico y el de evapotranspiración, con sus respectivas adecuaciones, ya fuese para actualización o para su mejor funcionamiento en el programa.</p> <p>El modelo se programa en Visual Basic For aplicaciones (VBA), que se encuentra dentro de Microsoft Excel, este programa permitió realizar automatizaciones de cálculos, revisión y simulación de escenarios de manera eficaz.</p> <p>Para la validación del modelo, se instalaron unidades semi-piloto con vegetación y sustrato específico. Se realizaron medio nones de humedad del sustrato, precipitación, radiación solar, y velocidad del</p>

	<p>viento con equipos especializados, con el objetivo de realizar pruebas con datos reales climáticos y así analizar condiciones variables.</p> <p>Los resultados posteriores a las pruebas demostraron la factibilidad del modelo para representar el desempeño hidrológico de los techos verdes, bajo las condiciones establecidas y con datos climáticos variables. Lo cual permite hacer análisis de la ecotecnología previo a su colocación o dimensionamiento.</p>
<p>Palabras claves de la Tesis</p>	<p>Techos verdes, modelo hidrológico, escorrentía superficial, retención de agua pluvial, evapotranspiración, infiltración, clima tropical húmedo, Visual Basic for Applications (VBA), simulación hidrológica.</p>
<p>Referencias citadas</p>	<p>Afizah-Asman, N.S., Dullah, S., Ayog, J.L., Mirasa, A.K., Djamila, H. (2017) The Hydrological Performance of Lightweight green roofs made from recycled materials as the drainage layer. MATEC Web of Conferences 103, ISCEE 2016.</p> <p>Aguirre D. &amp; Morera C. (2014). Modelación hidrológica de techos verdes productivos. Pontificia Universidad Javeriana, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Civil, Bogotá, Colombia.</p> <p>Ascher, U. &amp; Petzold, L. (1997). Computer Methods for ordinary differential equations and differential-algebraic equations, Society for Industrial and Applied Mathematics, USA.</p> <p>Barrio, E. P. (1998) Analysis of the green roofs cooling potential in buildings. Energy and Buildings, 27: 179-193</p> <p>Baryła, A., Karczmarczyk, A., Bus, A., &amp; Hewelke, E. (2018). Influence of environmental factors on retention of extensive green roofs with different substrate composition. Ecological and Environmental Engineering, 6.</p>

- Brito de Dios, C.I., (2019). Modelo para la estimación de la tasa de captura de dióxido de carbono de un techo verde extensivo bajo condiciones del trópico húmedo. Universidad Juárez Autónoma de Tabasco.
- Brito-Vallina, M.L., alemán-Romero, I., Fraga-Guerra, E., Para-García, J.L., & Arias-de Tapia, R.I. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería Mecánica*, 14(2): 129-139.
- Burszta-Adamiak, E. (2012) Analysis of the retention capacity of green roofs. *Journal of Water and Land Development* 16(I-VI): 3-9.
- Burszta-Adamiak, E., Mrowiec, M. (2013) Modelling of green roofs' hydrologic performance using EPA's SWMM. *Water Science and Technology* 68(1): 36-42.
- Canul Gómez, W.A. (2014). Efecto de las Condiciones Ambientales Sobre el Establecimiento y Crecimiento de Especies Nativas en un Techo Verde. Tesis de Maestría en Ciencias Ambientales, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco. Villahermosa, México.
- Carson, T.B. (2014) Evaluating green roof stormwater management in New York City: observations, modeling, and design of full-scale systems. PhD Dissertation, Columbia University, USA.
- Cascone, S. (2019). Green roof design: State of the art on technology and materials. *Sustainability*, 11(11): 3020.
- Chow, V., Maidment, D. R., Mays, L. W., Chow, V., & Saldarriaga, J. G. (1993). *Hidrología aplicada*. McGraw-Hill Education.
- CONAGUA, (2020). Precipitación promedio: Comportamiento de la lluvia promedio mensual a nivel estatal y nacional desde 1985 a la fecha medida a través de estaciones.
- Contreras-Bejarano O., & Villegas-González P. (2019) Techos verdes para la gestión integral del agua: caso de estudio Chapinero, Colombia. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.

- Da Silva, M., K. Najjar, M., W. A. Hammad, A., Haddad, A., & Vazquez, E. (2020). Assessing the Retention Capacity of an Experimental. *Water DPI*, 22.
- Domínguez, E. 2000: Protocolo para la modelación matemática de procesos hidrológicos. *Meteorol. Colomb.* 2: 33-38.
- FAO. (2020). Evapotranspiración del cultivo Guías para la determinación de los requerimientos de agua de los cultivos.
- Federal technology alert. (2004). Green Roofs.
- FEMP. (2004). Green Roofs. Federal Energy management program, 32.
- Ferrans, P., Rey, C. V., Pérez, G., Rodríguez, J. P., & Díaz-Granados, M. (2018). Effect of green roof configuration and hydrological variables on runoff water quantity and quality. *Water*, 10(7): 960.
- Fuentes-Velasco M. (2014) Estimación de ahorro energético asociado a la instalación de un techo verde para el aislamiento térmico de un edificio bajo condiciones de clima tropical húmedo. Tesis de Licenciatura en Ingeniería Ambiental, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, México.
- García, W. I. Caracterización del agua proveniente de un techo verde extensivo empleado como sistema de captación pluvial. Tesis de Licenciatura en Ingeniería Ambiental, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, México.
- Griffin R. D. (2018). Principles of Stormwater Management. Taylor & Francis, USA.
- Grupo tragsa. (2018). La gestión integral del agua de lluvia en entornos edificados. Madrid: Villena Artes Gráficas, S.A.U.
- Hamouz, V., & Muthanna, T. M. (2019). Modelling of Green and Grey Roofs in Cold Climates Using EPA's Storm Water Management Model. Department of Civil and Environmental Engineering, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), 7.

Hernández Pintado, M. (2021). Modelo dinámico del balance hídrico de un techo verde extensivo y su aplicación a condiciones de trópico húmedo. Tesis de Licenciatura en Ingeniería Ambiental, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, México.

Ibáñez Gutiérrez, R. A, 2008. Techos verdes extensivos: Una práctica sostenible por descubrir e investigar en Colombia. Alarife: Revista de arquitectura, 61 (16), 21-36.

INEGI. Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática. Compendio de información geográfica municipal. Cunduacán (2020).

Jun Y., Qian Y., & Peng G. (2008) Quantifying air pollution removal by green roofs in Chicago. Atmospheric Environment, 42(31): 7266-7273.

Kemp, S., Hadley, P., & Blanuša, T., (2018) The influence of plant type on green roof rainfall retention. Urban Ecosystems 22: 355-366.

Korgaonkar Y., Guertin P., Goodrich D., Unkrich C., Kepner W. & Burns S. (2018). Modeling Urban Hydrology and Green Infrastructure Using the AGWA Urban Tool and the KINEROS2 Model. Built Environ. 4:58.

Li W.C., Yeung K.K.A. (2014) A comprehensive study of green roof performance from environmental perspective, International Journal of Sustainable Built Environment, 3: 127-134.

Li, Y (2014) Hydrologic performance analyses, modeling, and design tool development for green roof systems, PhD dissertation, University of Hawaii, USA.

Liua, W., Fenga, Q., Chenb, W., Wei, W., & Ravinesh, C. (2019) The influence of structural factors on stormwater runoff retention of extensive green roofs: new evidence from scale-based models and real experiments. Journal of Hydrology, 569: 230-238.

Locatelli, L., Mark, O., Mikkelsen, P. S., Arnbjerg-Nielsen, K., Jensen, M. B., & Binning, P. J. (2014). Modelling of green roof hydrological performance

for urban drainage applications. Journal of Hydrology, Part D, 519: 3237-3248.

López-Machado N., Domínguez-González C., Barreto W., Méndez N., López-Machado L., Soria-Pugo M., Lizano-Acevedo R. & Montesinos-Machado V. (2020). Almacenamiento de agua de lluvia en medios urbanos utilizando techos verdes. La granja: Revista de ciencias de la vida, 32(2): 54-71.

Minke G., & Lagrotta, D. E. (2004). Techos verdes. Planificación, ejecución, consejos prácticos. Fin de Siglo. 9-13.

Nowak D.J., Crane, D.E., Stevens, J.C. (2006) Air pollution removal by urban trees and shrubs in the United States. Urban Forestry & Urban Greening 4(3-4): 115-123.

Organización de las Naciones Unidas, ONU (2018). Desarrollo urbano en América Latina: retos y oportunidades. Por E. Velásquez. 22/03/2018.

Ouldboukhitine, S., Belarbi, R., Jaffal, I., & Trabelsi, A. (2011). Assessment of green roof thermal behavior: A coupled heat and mass transfer model. Building and Environment 46: 2624-2631.

Quezada-García S., Espinosa-Paredes, G., Polo-Labarríos, M. A., Espinosa-Martínez, E. G., & Escobedo-Izquierdo, M. A. (2020). Green roof heat and mass transfer mathematical models: A review. Building and Environment 170: 106634.

Sanlúcar-Estrada, J. (2016) Modelo matemático del comportamiento del área foliar de especies vegetales a partir de la distribución de probabilidad beta. Tesis de Maestría en Ciencias Ambientales, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, México.

Scholz-Barth, K., y Tanner, S., 2004. Federal Technology Alert: Green Roofs. DOE Energy Efficiency and Renewable Energy (EERE). U.S. Department of Energy, Energy Efficiency and Renewable energy. Washington.

- Schultz, I., Sailor, D. J., & Starrya, O. (2018) Effects of substrate depth and precipitation characteristics on stormwater retention by two green roofs in Portland OR. *Journal of Hydrology: Regional Studies* 18: 110-118.
- Seidl, J. (2015) Monitoring and Modeling the Hydrological Performance of Extensive Green Roof Systems. Master of Science Thesis, The University of Wisconsin-Milwaukee, USA.
- Shafique M, Kim R, Kyung-Ho K (2018) Green Roof for Stormwater Management in a Highly Urbanized Area: The Case of Seoul, Korea. *Sustainability* 10: 584.
- Speak A, Rotwell J, Lindley S, & Smith, C. (2013) Rainwater runoff retention on an aged intensive green roof. *Science of the Total Environment* 461-462, 28-38.
- Stovin V., Vesuviano G., & Kasmin H. (2012) The hydrological performance of a green roof test bed under UK climatic conditions, *Journal of Hydrology* 414-415.
- Teemusk A. & Mander Ü. (2009). Green roof potential to reduce temperature fluctuations of a roof membrane: A case study from Estonia. *Building and Environment* 44: 643-650.
- United States Environmental Protection Agency, USEPA (2014). Evaluation of green roof water quantity and quality performance in an urban climate. Report No. EPA/600/R-14/180, Office of Research and Development, September.
- Yok Tan P., & Sia A. (2005) A pilot Green roof research project in Singapore. En *Proc. of 3rd North American Green Roof Conference: Greening rooftops for sustainable communities*, Washington, DC. 4-6.
- Zafra-Mejía C., Temprano-González J., & Tejero-Monzón J. (2007). Contaminación por escorrentía superficial urbana: contaminación por escorrentía superficial urbana: metales pesados acumulados sobre la superficie de una vía. *Revista ingeniería e investigación* 27: 4-10.

- Zhang, J. Q., Fang, X. P., Zhang, H. X., Yang, W., & Zhu, C. C. (1997) A heat balance model for partially vegetated surfaces. *Infrared Physics & Technology* 38: 287-294.
- Ceballos, J. (2005) Enciclopedia de Microsoft visual basic. Ediciones RA-MA
- Organización de las naciones unidas para la agricultura y la alimentación (FAO). (2020). Evapotranspiración del cultivo: Guías para la determinación de los requerimientos de agua de los cultivos
- Cuidemos el planeta. (2018). Energías renovables. Recuperado de <https://www.cuidemoselplaneta.org/2018/01/energias-renovables.html>
- Secretaría de Energía. (2008). Energías renovables 2008: Energía biomasa. Secretaría de Energía. Recuperado de <http://www.energia.gov.ar>
- ABG Ltd. (n.d.). Soil properties: Permeability (Tech Note). ABG Ltd. Recuperado de <https://www.abgltd.com>
- Ramos Gómez, K. del R. (n.d.). Antecedentes de techos verdes.
- Nafarrate Hecht, A. C. (2017). Estimación directa e indirecta del índice de área foliar (IAF) y su modelación con LiDAR en un bosque tropical seco de Yucatán [Tesis de maestría, Centro de Investigación Científica de Yucatán, A.C.]. Mérida, Yucatán, México.