

Estimación de la Cantidad de Pedido y el Punto de Reorden para un Artículo con Demanda y Tiempo de Entrega Aleatorios

Estimation of Order Quantity and Reorder Point for an Item with Random Demand and Delivery Time

Izar Landeta, Juan Manuel*, Nájera Saldaña, José Adrián**,
Zárate Camacho, Lizbeth Angélica***

*Doctor en Administración. Tecnológico Nacional de México, ITS Rioverde.
Email: jmizar@hotmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3187-6481>.

**Doctor en Administración. Tecnológico Nacional de México, ITS Rioverde.
Email: jose.ns@rioverde.tecnm.mx, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1795-4471>.

***Maestra en Educación Basada en Competencias. Tecnológico Nacional de México, ITS Rioverde.
Email: lizbeth.zc@rioverde.tecnm.mx, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6834-1667>.

Correo para recibir correspondencia:

Juan Manuel Izar Landeta
jmizar@hotmail.com

RESUMEN

OBJETIVO: Aplicar cinco modelos de inventarios, para obtener la cantidad de pedido y el punto de reorden, en el caso de un producto con demanda y tiempo de entrega discretos, aleatorios, independientes y conocidos, considerando descuentos en el precio de compra por adquirir mayores volúmenes y el costo de pedido semivariable.

MATERIAL Y MÉTODO: Los modelos utilizados han sido el de la cantidad económica de pedido (CEP), aplicado para una demanda y tiempo de entrega aleatorios, el de un nivel de servicio meta (NS), el de distribución normal de la demanda (DN), el algoritmo de Eppen y Martin (EM) y el modelo de Lee y Rim (LR).

RESULTADOS: Las diferencias en los resultados se han dado en el valor del punto de reorden con los modelos NS y LR, que han dado un valor más alto, lo que lleva a un mayor costo del inventario.

CONCLUSIONES: Todos los modelos coinciden en la cantidad de pedido, lo cual se debe al descuento en el precio unitario que se logra al colocar un pedido mayor; tres de los cinco modelos coinciden en el punto de reorden y al parecer es la decisión correcta en este caso práctico.

PALABRAS CLAVE: Existencias, Faltantes, Descuentos, Punto de reorden.

ABSTRACT

OBJECTIVE: To apply five inventory models to obtain the order quantity and the reorder point for a product with discrete, random, independent and known demand and delivery time, considering discounts in the purchase price for acquiring larger volumes and the semi-variable order cost.

MATERIAL AND METHOD: The models used were the economic order quantity (EOQ) model, applied for random demand and delivery time, the target service level (TLS) model, the normal demand distribution (ND) model, the Eppen and Martin (EM) algorithm and the Lee and Rim (LR) model.

RESULTS: The differences in the results were in the reorder point value with the NS and LR models, which gave a higher value, leading to a higher inventory cost.

CONCLUSIONS: All models agree on the order quantity, which is due to the unit price discount achieved by placing a larger order; three of the five models agree on the reorder point and it appears to be the correct decision in this case study.

KEY WORDS: Stocks, Shortages, Discounts, Reorder point.

Los inventarios constituyen un tema de investigación para muchos estudiosos y administrativos, puesto que representan un monto cuantioso del activo de las organizaciones, por lo cual deben manejarse de modo que cumplan su función de tener producto disponible y hacerlo a un costo razonable, de preferencia el mínimo, que es uno de los objetivos usualmente buscados.

El papel del inventario es absorber las diferencias entre la oferta y la demanda de un artículo, es decir, que, si un negocio no puede saber con antelación la demanda de un artículo, las variaciones resultantes serán absorbidas por el inventario, de modo que no haya faltantes, lo que significaría pérdida de ventas y una mala imagen de la compañía.

La administración del inventario, requiere tomar dos decisiones fundamentales: cuánto y cuándo debe hacerse un nuevo pedido. La mayoría de los modelos de inventario buscan algunos de los siguientes objetivos (Silver, 2008):

- Minimizar el costo incurrido en el manejo del inventario.
- Maximizar los beneficios económicos, incluyendo ahorros por la compra de mayores volúmenes.
- Maximizar la tasa interna de retorno de la inversión en inventarios.
- Definir una solución operativa y factible para la administración del inventario.

Costos del inventario

Dentro de los costos incurridos en el manejo del inventario, están los siguientes:

1. Adquisición de los artículos. La mayoría de los académicos coincide en incluir en este rubro costos de transporte, impuestos y las condiciones de crédito del proveedor. Aun cuando en sentido estricto, éste no es un costo del inventario, se incluye al considerar que el proveedor ofrece descuentos por hacer pedidos de mayor volumen, que implican un mayor costo del inventario, el que puede compensarse con los ahorros obtenidos al comprar mayor volumen a un menor precio unitario (Silver, 2008).
2. Colocación de nuevos pedidos. Deben incluirse todas las actividades efectuadas al hacer un nuevo pedido, las cuales comienzan con la preparación de la orden de compra y finalizan con recibir y colocar el pedido en el almacén. Entre estas actividades están la preparación y emisión de la orden de compra, timbres postales, llamadas telefónicas, rastreo del pedido, recepción de artículos, inspección, revisión de la factura, ejecución del pago y la contabilidad del proceso. Hay académicos que señalan que este costo debe

- dividirse en dos partes: una fija por hacer el pedido, que es independiente de la cantidad pedida; y otra variable, que depende del volumen pedido (Silver, 2008). Si el artículo que se compra es caro y con muchas especificaciones, el costo de hacer un nuevo pedido se incrementa. En este trabajo, se considera este costo semivariable, con una parte fija y otra variable.
3. Conservación de los artículos en inventario. En este rubro, se incluyen todos los aspectos relacionados con el almacenamiento del inventario, tales como: espacios, obsolescencia, deterioro, pérdidas, mermas, refrigeración, iluminación, calefacción, protección contra el sol y la humedad, seguros y el costo de oportunidad por tener una inversión ociosa. Su monto suele variar del 15% al 45% del valor del inventario, dependiendo de cada artículo (Silver, 2008).
 4. Aparición de faltantes. Es un costo de oportunidad, por lo que se deja de ganar al no contar con los artículos en el momento que el cliente los solicita y es el más difícil de evaluar. Algunos académicos sugieren agregar la posible pérdida de ventas futuras, al no contar con la buena voluntad del cliente. Otros recomiendan que se considere un costo fijo, cada que haya un faltante, más una cantidad adicional por cada artículo no surtido. En este trabajo, los métodos CEP, DN y EM manejan el costo de cada artículo faltante como el monto que se deja de ganar por un artículo no vendido y los modelos NS y LR no consideran los agotamientos. Hay ocasiones en que los faltantes no representan ningún problema, como es el caso de la compra de un automóvil, ya que el cliente puede esperar, pero si el artículo es un producto barato y fácil de encontrar con otro proveedor, se habrá perdido una venta (Silver, 2008).

Se han efectuado un gran número de estudios y las consecuentes publicaciones de aplicaciones de modelos de inventarios a casos prácticos, para determinar la cantidad de pedido y el punto de reorden, de modo que el costo del inventario sea mínimo.

Para este trabajo, se ha efectuado una revisión de la literatura, en particular de aquella que tiene que ver con la determinación del *stock* de seguridad, en el caso de manejar tiempos de entrega aleatorios.

Hay tres enfoques comúnmente utilizados para determinar las existencias de seguridad en un sistema de control de inventario estocástico, son: el enfoque de “suministro de tiempo”, el de “costo de faltantes” y el de “nivel de servicio” (Silver et al., 1998). Bajo el enfoque de suministro de tiempo el *stock* de seguridad para un artículo, se establece igual a un cierto tiempo de

suministro, por ejemplo, el artículo de inventario se reordena cuando su existencia en el inventario cae por debajo de dos meses de suministro. Bajo el enfoque del costo de escasez, el objetivo es minimizar el costo total de faltantes y el costo de mantenimiento, lo que dará como resultado una cierta cantidad de existencias de seguridad para el artículo en consideración y expresar cada faltante en términos monetarios es un elemento esencial. Sin embargo, es difícil determinar directamente qué tan altos son los costos de escasez, ya que esto implica monetizar aspectos cualitativos del servicio como, por ejemplo, la pérdida de buena voluntad de la clientela.

Los nuevos sistemas de manufactura, como el justo a tiempo y *lean manufacturing* proponen llevar el inventario a un nivel mínimo, así como el manejo de un número pequeño de proveedores, lo que permite establecer con ellos buenas relaciones a largo plazo y de forma global. Con esto, se requiere menos trabajo de coordinación entre proveedor y cliente, se asegura la entrega de los artículos a tiempo y con ello, se garantizan altos estándares de servicio, lo que representa un aspecto estratégico muy importante en la gestión del inventario.

Por otra parte, las cadenas de suministro también suelen tener problemas en la gestión de los inventarios, lo que muchas veces ocasiona interrupciones y paros en su funcionamiento, con las consiguientes pérdidas económicas.

En el caso de productos que incrementan su demanda con la cantidad que haya de ellos en inventario, Balakrishnan et al., (2004) analizan los efectos de las decisiones sobre el stock que debe manejarse, encontrando que el tiempo de ciclo óptimo se logra mediante una compensación entre los costos de ordenar y mantener el inventario, mientras que el punto de reorden se establece bajo una perspectiva de costo-beneficio orientada a la demanda.

Kholidasari (2014) comenta que, en un sistema de inventario, el control del *stock* es un aspecto crucial, ya que juega un papel importante en la mejora del nivel de servicio reduciendo el costo operativo del sistema. Es parte de la estrategia competitiva, puesto que, por ejemplo, si se requiere de un alto nivel de respuesta al cliente, el control del *stock* puede usarse para lograr esto, ubicando grandes cantidades de inventario cercanas al cliente. El análisis de la combinación de métodos de control del *stock* basados en la estadística y el juicio, se han dirigido en un experimento de simulación, así mediante la combinación de estos métodos, se ha logrado un mejor desempeño del sistema en comparación a utilizar sólo uno de ellos

Bhuiya y Chakraborty (2020) presentan un modelo de producción de inventario de revisión continua, que considera las ventas perdidas y pedidos atrasados con restricción del nivel de servicio. Se asume que la distribución de la demanda del tiempo de entrega se conoce

parcialmente, por lo que, el objetivo de este estudio es doble; en primer lugar, el proceso con distribución libre se aplicó para obtener una solución de forma cerrada de la cantidad de producción óptima, nivel del pedido y plazo de entrega en un marco aleatorio y, en segundo lugar, considerando la demanda como una variable aleatoria difusa, el procedimiento se extendió al marco aleatorio difuso en el que se propone un algoritmo para encontrar la solución global óptima. Los autores han hecho análisis de sensibilidad para obtener valiosas inferencias gerenciales respecto al manejo del inventario.

Por su parte, Caceres, Yu y Nikolaev (2018) abordan un problema de producción de inventario de varios períodos con dos proveedores, donde la demanda y el tiempo de entrega del proveedor son estocásticos y correlacionados. Se considera un sistema de inventario de tiempo discreto de un solo artículo, donde los niveles de inventario se revisan periódicamente y se gestionan mediante una política de existencias base, por ello, al final de cada período, se realiza el pedido, que entra en una fila de espera y, en consecuencia, se reenvía al primer proveedor disponible. Se presenta un modelo matemático de este sistema de inventario y se estiman los niveles óptimos de existencias de seguridad, en forma cerrada, utilizando técnicas analíticas matriciales y las propiedades de las distribuciones de tipo de fase. Para tener en cuenta el efecto de los cruces que ocurren cuando las órdenes de reabastecimiento no llegan en la secuencia en que fueron colocadas, se analiza la distribución del déficit de inventario; finalmente, se presenta un conjunto de experimentos numéricos con un sistema de dos proveedores, donde se compara el modelo propuesto con otros modelos existentes.

En otro estudio, Tang et al., (2022) comentan el caso en que una gran variedad de equipos de protección de relevadores de subestaciones de alto valor ocupa una cantidad considerable de espacio de inventario y capital en las empresas de energía eléctrica. Para mejorar este problema, en su estudio proponen un modelo de predicción de inventario basado en la vida útil restante (RUL) de los equipos. El modelo realiza la predicción de equipos de protección en la subestación y no sólo tiene una alta precisión de predicción, sino que también tiene una gran estabilidad y portabilidad, además que proporciona una decisión sólida para mejorar la gestión de inventario de la empresa, hacer una adecuada asignación de recursos y formular el plan de adquisición de repuestos, bajo la condición de que el inventario alcance el *stock* de seguridad.

Escobar, Linfati y Adarme-Jaimes (2017) aplicaron simulación de Montecarlo, para encontrar la mejor política de administración de inventarios para el caso de pescado, que es un producto perecedero y, por tanto, no puede estar almacenado más de cuatro días, logrando con esto la maximización de las utilidades.

Con la misma finalidad de los modelos, Pulido et al., (2020) han propuesto uno de manejo del inventario que minimiza el costo del mismo para una demanda probabilística e independiente.

En otro estudio, Kurdhi y Doewes (2019) han desarrollado un modelo de inventario de revisión periódica estocástica. La tasa de pedidos atrasados (descuento de precio de pedidos atrasados), el costo de ordenar (stock de seguridad), el tiempo de entrega y el período de revisión se tratan como variables de decisión. El costo de pedido y el tiempo de entrega se pueden controlar utilizando la inversión de capital y el costo de quiebre, respectivamente. Se supone que la demanda del intervalo de protección sigue una distribución normal. El objetivo es desarrollar un algoritmo para determinar las variables de decisión óptimas, que minimicen el costo total anual, con esto pueden obtenerse una cantidad significativa de ahorros.

Moncayo et al., (2016) realizaron una investigación que aborda el problema de colocar el stock de seguridad bajo el modelo de servicio garantizado cuando un conjunto de etapas de suministro, fabricación y entrega modelan el sistema de producción. Cada etapa tiene un conjunto de opciones con un costo y tiempo asociado, por lo tanto, el problema es seleccionar una opción por etapa que minimice el stock de seguridad y el tiempo de entrega simultáneamente. Se ha propuesto resolver el problema utilizando dos meta-heurísticas inteligentes de enjambre, Ant Colony y Intelligent Water Drop, debido a sus resultados en la resolución de problemas NP-difíciles como el problema del *stock* de seguridad y con el algoritmo propuesto, se crearon enjambres y cada uno selecciona una opción por etapa con su *stock* de seguridad y tiempo de entrega. Después de eso, se aplicó el Criterio de Optimalidad de Pareto a todas las configuraciones para calcular un frente de Pareto. Una red logística de la vida real de la industria automotriz, se resolvió utilizando el algoritmo propuesto.

Banerjee y Moore (2022) presentan una visión de la cadena de suministro de la crisis de la industria automotriz de semiconductores, incluidos los cierres de plantas debido a la pandemia de COVID-19 y la escasez de chips, además, ilustra el flujo de la cadena de suministro de componentes semiconductores con transparencia y matices de tiempo de entrega. Los factores que conducen a la escasez de chips, incluyen el impacto de las calamidades en las fábricas de obleas y las cancelaciones de pedidos de memorias y unidades de control electrónico (ECU), enfatizando la necesidad de resiliencia, diversidad de abastecimiento y producción ajustada.

Singh et al., (2022) resaltan la importancia de presentar una revisión actualizada del control de inventario y evaluar críticamente sus diversas técnicas, los diversos costos asociados y los métodos de identificación de existencias en centros de salud. Esta revisión, beneficia a los

estudiantes de posgrado y trabajadores de la salud pública, en la comprensión de los conceptos y principios del control de inventario y la aplicación de los mismos en su práctica, lo que lleva a una correcta administración de los recursos, lo que repercute en una mejor atención de los pacientes.

Akcan y Kokangul (2013) desarrollaron un sistema de inventario de un solo artículo para el cuidado de la salud, utilizando una política de revisión continua (r, Q) . Se construyó un metamodelo de simulación, para obtener ecuaciones para el inventario disponible promedio y el número promedio de pedidos por año; luego, las ecuaciones se usaron para determinar los niveles óptimos de r y Q , mientras se minimizaba el costo total en un modelo entero no lineal. El mismo problema investigado en este estudio, también se resolvió utilizando el software de optimización *OptQuest*.

Gitae (2017) propone un modelo de inventario para un sistema de distribución que consta de un almacén y varios minoristas, cuando el tiempo de entrega es estocástico y se tienen en cuenta los cruces de pedidos. Los cruces de pedidos, ocurren si los pedidos no llegan en la secuencia en que se colocaron, aunque los cruces de pedidos a menudo se pasan por alto en los modelos de inventario, usualmente se dan en la práctica. Los cruces de pedidos se han considerado comúnmente en el sistema de un comprador y un proveedor, donde se considera la política de inventario (R, S) y se sugiere un modelo de inventario para un sistema de distribución bajo pedido cruzado.

Mohammadmahdi et al., (2017) presentan un sistema de inventario para artículos en descomposición continua con tiempo de entrega estocástico y demanda de Poisson, dado que los productos se están deteriorando y la demanda es estocástica, es posible entregarles menos de lo que demandan los clientes. Así, se introduce una restricción que garantiza un nivel de servicio específico, donde se permite la escasez y se atrasan todas las demandas insatisfechas, además, la reposición es uno por uno. El objetivo del estudio es, minimizar el costo total esperado a largo plazo del sistema de inventario, debido a que el tiempo de entrega estocástico y la restricción del nivel de servicio hacen que el modelo analítico sea extremadamente complicado, se aplica un enfoque de simulación. El modelo de Mohammadmahdi, se valida mediante una prueba de hipótesis estadística para el caso de tiempo de entrega determinista, luego, el módulo optimizador del software de simulación, *OptQuest*, se aplica como herramienta de optimización para encontrar soluciones cuasi óptimas, para una serie de ejemplos con tiempo de entrega estocásticos.

Luo et al., (2020) presentan un método iterativo novedoso para simplificar el enfoque de tres secuencias para la solución óptima. Mediante los mismos ejemplos numéricos de tres artículos publicados con anterioridad, demuestran que hay tres características distintas de este nuevo enfoque: (i) converge a la solución deseada dentro del valor umbral preasignado, (ii) se estima la razón convergente, y (iii) se encuentran los factores dominantes para la secuencia convergente propuesta.

MATERIAL Y MÉTODO

Este trabajo calcula las existencias de seguridad y el punto de reorden, bajo la perspectiva de cinco modelos de inventarios: La cantidad económica de pedido (CEP), el modelo del nivel de servicio meta (NS), el de demanda con distribución normal (DN), el algoritmo de Eppen y Martin (EM), y el modelo de Lee y Rim (LR).

Es una investigación aplicada a un caso práctico, para ver si con la aplicación de cinco diferentes métodos, hay coincidencia entre varios de ellos para el cálculo de la cantidad de pedido y el punto de reorden, que son las dos decisiones básicas de un modelo de inventarios.

Se han elegido estos modelos, porque aun cuando tienen algunas semejanzas en cuanto al objetivo que buscan, difieren en algunas cuestiones básicas y por tanto, resulta de interés aplicarlos a un mismo caso para ver sus resultados. De estos modelos, el CEP es el clásico, el cual busca definir la cantidad de pedido y el punto de reorden con base en alcanzar el costo mínimo. El NS lo que busca es lograr un nivel de servicio deseado. El modelo de DN aplica cuando la demanda del tiempo de entrega sigue la distribución normal de probabilidad, pero si esta variable sigue una distribución diferente, los resultados podrían ser erróneos. Luego el algoritmo EM aplica para cualquier distribución de probabilidad y ambos modelos DN y EM buscan también los valores de la cantidad de pedido y el punto de reorden que minimicen el costo del inventario. Finalmente, el modelo LR se basa en cuestiones estadísticas para llegar a definir el stock de seguridad y no toma en cuenta los costos del inventario.

Cada uno de los métodos se describe brevemente y luego se aplica al caso ilustrativo, calculando la cantidad de pedido y el punto de reorden.

Cantidad Económica de Pedido (CEP)

Es una combinación que consiste en analizar, para el caso de una demanda y tiempo de entrega discretos y probabilísticos, las combinaciones de valores de Q y PRP, para seleccionar aquella que lleve al costo total mínimo del inventario. Este costo se calcula con la ecuación siguiente:

$$Ct = Cpf \left(\frac{D}{Q} \right) + CpvD + CaM \left(B + \frac{Q}{2} \right) + CfNf \left(\frac{D}{Q} \right) + CaD \quad (1)$$

Donde:

- Cpf = Costo fijo de colocar cada pedido, \$/pedido.
- Cpv= Costo variable por colocar pedidos, \$/unidad.
- D = Demanda anual de artículos, unidades/año.
- Ca = Costo de cada artículo, \$/unidad.
- M = Fracción de conservación en el inventario, fracción anual.
- Q = Cantidad económica de pedido, unidades/pedido.
- B = Existencias de seguridad, unidades.
- Cf = Costo de cada faltante, \$/faltante.
- Nf = Número promedio de artículos faltantes, faltantes/pedido.

En esta ecuación, los dos primeros términos estiman el costo de hacer pedidos; el tercero, es el mantenimiento del inventario; el cuarto, corresponde al costo de los faltantes y; el último, es la compra de los artículos, todos referidos a una base anual. El costo de cada faltante se estima con la siguiente expresión:

$$Cf = P - Ca \quad (2)$$

Donde, P es el precio del artículo, de modo que el costo del faltante es lo que se deja de ganar por no tener la mercancía en existencia cuando la solicita el cliente. Por otra parte, el número promedio de faltantes, se obtiene con la estadística de la demanda durante el tiempo de entrega, mediante la ecuación siguiente:

$$Nf = \sum_{i=1}^n f_i p_i \quad (3)$$

Donde:

- f_i : Es el número de faltantes de cada opción.
- p_i : La probabilidad de que suceda la opción.

Este modelo analiza todas las posibles combinaciones de valores de la cantidad de pedido y el punto de reorden, buscando aquella que minimice el costo del inventario. El punto de reorden PRP, se obtiene con la siguiente ecuación:

$$PRP = \mu_w + B \quad (4)$$

Por lo que, μ_w es la demanda promedio del tiempo de entrega, la cual se calcula multiplicando la demanda promedio diaria μ_x , por el tiempo de entrega promedio μ_y en días.

MODELO DEL NIVEL DE SERVICIO META (NS)

Este modelo, toma el valor de Q del método CEP y calcula el costo del inventario con la ecuación 1, pero las existencias de seguridad B se obtienen mediante la siguiente expresión:

$$B = Z\sigma_w \quad (5)$$

Donde:

Z = Número de desviaciones estandarizadas de la demanda que corresponde al nivel de servicio deseado.

σ_w = Desviación estándar de la demanda del tiempo de entrega, unidades

Así, Z se obtiene de la probabilidad de que una unidad que haya en *stock* tenga demanda, la cual se calcula con la siguiente expresión:

$$P(Z) = \frac{Cf\left(\frac{D}{Q}\right)}{CaM + Cf\left(\frac{D}{Q}\right)} \quad (6)$$

Por tanto, todos los términos son conocidos, siendo el numerador el costo anual de faltantes y el denominador la suma de este costo, más el de mantenimiento del inventario. Esta probabilidad P(Z), es el área bajo la curva normal que corresponde a Z, una vez definido el valor de Z, se calcula B y se determina el costo del inventario.

MODELO DE DEMANDA CON DISTRIBUCIÓN NORMAL (DN)

En este modelo, hay que estimar la demanda promedio del tiempo de entrega y su desviación estándar, los cuales se obtienen con las ecuaciones siguientes:

$$\mu_w = \mu_x \mu_y \quad (7)$$

$$\sigma_w = \sqrt{\sigma_x^2 \mu_y + \sigma_y^2 \mu_x^2} \quad (8)$$

Donde:

μ_x = Demanda promedio, unidades/día.

μ_y = Tiempo de entrega promedio, días.

σ_x = Desviación estándar de la demanda, unidades/día.

σ_y = Desviación estándar del tiempo de entrega, días.

Asimismo, con la media y desviación estándar de la demanda en el tiempo de entrega, se calcula el punto de reorden, mediante la siguiente expresión:

$$PRP = \mu_w + Z_{ns}\sigma_w \quad (9)$$

La ecuación anterior, es similar a la expresada en el número 4, siendo Z_{ns} el número de desviaciones estándar que corresponde al área bajo la curva normal, igual al nivel de servicio meta.

Entonces, para cada nivel de servicio se calcula el costo de mantener un nivel dado de existencias de seguridad y el eventual costo de faltantes, fijándose el punto de reorden donde dicho costo se minimice.

ALGORITMO EPPEN Y MARTIN (EM)

Este algoritmo es un ajuste del anterior, debido a Eppen y Martin (1988), el cual puede aplicarse para cualquier distribución de probabilidad que siga la demanda. Para cada valor diferente del tiempo de entrega L_i , se obtiene el valor de las desviaciones estandarizadas Z_i , mediante la expresión siguiente:

$$Z_i = \frac{PRP - L_i \mu_x}{L_i^{1/2} \sigma_x} \quad (10)$$

Así, la probabilidad de cada valor L_i , se obtiene el nivel de servicio con la ecuación siguiente:

$$ns = \sum_{i=1}^n A_i Pr_i \quad (11)$$

Por lo anterior, A_i es el área correspondiente al valor de cada Z_i y Pr_i es la probabilidad de cada valor de L_i ; entonces lo que se hace es similar al modelo anterior, que para cada posible valor del punto de reorden mayor a la demanda promedio del tiempo de entrega, se calculan los costos de mantener las existencias de seguridad y el de los eventuales faltantes, seleccionando el valor de PRP que corresponda al costo mínimo, a su vez, el costo de los faltantes se maneja igual que con los modelos CEP y DN.

MODELO DE LEE Y RIM (LR)

Lee y Rim (2019) han propuesto proponen una nueva forma de calcular el stock de seguridad basada en términos del inventario promedio y la tasa de faltantes, independiente de la distribución de probabilidad que tenga la demanda. La ecuación para el cálculo del *stock* de seguridad es:

$$B = \mu_x (1.02\sqrt{\mu_y} + 1.15) \left(1 + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{\mu_x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{\mu_y}\right)^2} \mu_y \right) \quad (12)$$

Con este valor de B, se obtiene PRP mediante la ecuación (4).

APLICACIÓN A UN CASO ILUSTRATIVO

Un negocio de fertilizantes vende porrones de humus de lombriz de 20 litros, cuya demanda probabilística ha sido la siguiente:

Tabla 1

Demanda de porrones de humus de lombriz

Venta, unidades/mes	Probabilidad
180	0.07
200	0.10
210	0.19
230	0.24
250	0.16
270	0.13
300	0.11
Total	1.00

Nota. Elaboración propia.

El proveedor del *humus*, le ofrece al negocio la siguiente escala de precios:

Tabla 2

Precios ofertados por el proveedor de humus

Volumen de compra, porrones	Costo, \$/saco
1 – 100	230
101 – 300	220
> 300	213

Nota. Elaboración propia.

Los tiempos de entrega del proveedor, varían entre cuatro y siete días, conforme a la siguiente distribución de probabilidad:

Tabla 3

Tiempos de entrega del proveedor

Tiempo de entrega, días	Probabilidad
4	0.18
5	0.29
6	0.30
7	0.23

Nota. Elaboración propia.

El negocio vende el porrón a \$430, su costo de colocar un nuevo pedido es \$300, más \$22 por unidad, mantener en el inventario cuesta 62% anual.

Solución:

Lo primero es, crear una tabla probabilística de las diferentes demandas del tiempo de entrega, donde cada una de ellas se forma del producto de cada posible demanda por el tiempo de entrega.

Tabla 4

Valores de la demanda del tiempo de entrega y sus probabilidades

μ_W	24	26.67	28	30	30.67	33.33	35	36	38.33	40	41.67	42
Prob.	0.0126	0.018	0.0342	0.0203	0.0432	0.0578	0.0551	0.0444	0.0696	0.0498	0.0464	0.0731
μ_W	45	46	46.67	49	50	53.67	54	58.33	60	63	70	
Prob.	0.0377	0.072	0.023	0.0437	0.0799	0.0552	0.039	0.0368	0.033	0.0299	0.0253	

Nota. Elaboración propia.

El valor promedio del tiempo de entrega resulta en 43.86 porrones, que sería el valor mínimo del PRP y de la tabla puede verse, que la distribución de probabilidad no se asemeja a ninguna de las conocidas, ya que tiene mucha variabilidad, entonces se procede a aplicar cada uno de los modelos comentados.

Modelo de la Cantidad Económica de Pedido

Para este modelo, lo que se hace es asumir valores de Q y PRP para ver con cuál de ellos el costo se minimiza, para esto hay que calcular en cada par de valores el número de faltantes, mediante la ecuación (3) y estimar el costo anual incluyendo la compra de los artículos con la ecuación (1). Si se hace esto para un valor Q de 301 y PRP de 60 porrones, el número de faltantes resulta en 0.343 porrones/pedido y el costo es:

$$Ct = 300 \left(\frac{2830}{301} \right) + (22)(2830) + (213)(0.62) \left(16.14 + \frac{301}{2} \right) + (217)(0.343) \left(\frac{2830}{301} \right) + (213)(2830) = 690,576.41 \text{ \$/año}$$

Por tanto, es el mínimo de todas las posibles combinaciones de valores de Q y PRP, lo cual se ha obtenido con la aplicación de Solver en Excel.

Modelo del Nivel de Servicio Meta (NS)

En este modelo, se calcula la probabilidad de que la unidad que se tenga en stock tenga demanda, conforme a la ecuación 6:

$$P = \frac{(217)(2830/301)}{(213)(0.62) + (217)(2830/301)} = 0.9392$$

Que es el nivel de servicio y el área bajo la curva normal, que corresponde a una desviación estandarizada de 1.548, por lo cual al aplicar la ecuación 5, con un valor de la desviación estándar para la demanda del tiempo de entrega de 8.5246 unidades, se obtiene el *stock* de seguridad:

$$B = (1.548)(8.5246) = 13.2$$

Con esto, el valor del PRP es 57 porrones, el número promedio de faltantes cada vez que se hace un pedido es 0.656 y el costo total es:

$$Ct = 300 \left(\frac{2830}{301} \right) + (22)(2830) + (213)(0.62) \left(13.2 + \frac{301}{2} \right) + (217)(0.656) \left(\frac{2830}{301} \right) + (213)(2830) = 690,827.21 \text{ \$/año}$$

Que es un poco mayor al obtenido con el modelo anterior.

Modelo de Distribución Normal (DN)

Para el tiempo de entrega, su media μ_Y es 5.58, con desviación estándar σ_Y de 1.0313 días; para la demanda, μ_X es 7.86 porrones diarios, con desviación estándar σ_X de 1.1168. Al aplicar las ecuaciones (7) y (8) para la media μ_W y desviación estándar σ_W de la demanda en el tiempo de entrega, resultan:

$$\mu_W = (7.86)(5.58) = 43.86 \text{ porrones}$$
$$\sigma_W = \sqrt{(1.1168)^2(5.58) + (1.0313)^2(7.86)^2} = 8.5246 \text{ porrones}$$

Al aplicar la ecuación 9 para el valor del PRP, es:

$$PRP = 43.86 + 8.5246Z_{ns}$$

Con esta expresión, se genera una tabla con los costos de mantenimiento de las existencias de seguridad y de los posibles faltantes, que se calculan con su número promedio, como en el modelo CEP.

Estos cálculos se ilustran para el caso de un nivel de servicio del 95%, que corresponde a una Z_{ns} de 1.645, con lo cual el PRP queda en 57.88 unidades, con 14.02 unidades como stock de seguridad, las cuales ocasionan un costo de mantenimiento por \$1,851.71 anuales y habrá 0.546

faltantes por pedido, generando un costo por este concepto de (217) (0.546) (2830/301) = \$1,113.97 anuales, para un costo total de 2,965.67 \$/año; si se procede con estos cálculos, se generan los resultados de la Tabla 2:

Tabla 5
Opciones de valores de PRP con sus costos

ns	Z	PRP	B	Costo B	Nf	Costo faltante	Costo total
50	0	43.860	0.000	0.00	4.213	8,594.67	8,594.67
55	0.12566135	44.931	1.071	141.46	3.704	7,557.01	7,698.48
60	0.2533471	46.020	2.160	285.21	3.226	6,580.76	6,865.97
65	0.38532047	47.145	3.285	433.78	2.825	5,763.65	6,197.43
70	0.52440051	48.330	4.470	590.35	2.419	4,934.30	5,524.64
75	0.67448975	49.610	5.750	759.31	2.007	4,093.72	4,853.03
80	0.84162123	51.034	7.174	947.46	1.663	3,392.90	4,340.36
85	1.03643339	52.695	8.835	1,166.77	1.299	2,650.26	3,817.03
90	1.28155157	54.785	10.925	1,442.72	0.933	1,903.84	3,346.56
95	1.64485363	57.882	14.022	1,851.71	0.546	1,113.97	2,965.67
96	1.75068607	58.784	14.924	1,970.85	0.450	918.10	2,888.95
97	1.88079361	59.893	16.033	2,117.32	0.352	718.45	2,835.77
98	2.05374891	61.367	17.507	2,312.03	0.267	545.19	2,857.22
99	2.32634787	63.691	19.831	2,618.91	0.160	325.62	2,944.53
99.5	2.5758293	65.818	21.958	2,899.76	0.106	215.86	3,115.62

Nota. Elaboración propia.

El costo mínimo se produce para un nivel de servicio del 97%, con un punto de reorden de 59.89 porrones, el cual se redondea a 60, dando el mismo costo anual que el obtenido con el modelo CEP.

Algoritmo de Eppen y Martin (EM)

Al haber cuatro valores diferentes del tiempo de entrega, habrá este mismo número de valores de Z, los cuales se derivan de aplicar la ecuación (10) a cada valor de L:

$$Z_1 = \frac{PRP - 4\mu_X}{2\sigma_X} = \frac{PRP - 31.44}{2.2336}$$

$$Z_2 = \frac{PRP - 5\mu_X}{5^{1/2}\sigma_X} = \frac{PRP - 39.3}{2.49724}$$

$$Z_3 = \frac{PRP - 6\mu_X}{6^{1/2}\sigma_X} = \frac{PRP - 47.16}{2.7356}$$

$$Z_4 = \frac{PRP - 7\mu_X}{7^{1/2}\sigma_X} = \frac{PRP - 55.02}{2.95478}$$

Entonces, lo que se hace para encontrar el valor del PRP, es que para cada posibilidad se calculen las 4 Z, se obtengan las respectivas áreas bajo la curva de la distribución y mediante la ecuación 11, se calcule el nivel de servicio, con el cual se estiman entonces los costos de mantener el stock de seguridad y los faltantes que pueda haber, los que se calculan igual que con el modelo anterior.

Tabla 6
Opciones de valores de PRP con sus costos

PRP	Z1	Z2	Z3	Z4	ns	B	Nf	Costo
43.86	5.5605	1.8260	-1.2063	-3.7769	0.4943	0	4.213	8,595.49
45	6.0709	2.2825	-0.7896	-3.3911	0.5313	1.14	3.6705	7,639.21
47	6.9663	3.0834	-0.0585	-2.7143	0.6135	3.14	2.8745	6,279.31
50	8.3095	4.2847	1.0382	-1.6989	0.7354	6.14	1.8898	4,666.48
52	9.2049	5.0856	1.7693	-1.0221	0.7937	8.14	1.4514	4,036.16
54	10.1003	5.8865	2.5004	-0.3452	0.8521	10.14	1.0312	3,442.97
56	10.9957	6.6874	3.2315	0.3317	0.9147	12.14	0.7812	3,197.04
58	11.8911	7.4883	3.9626	1.0085	0.9640	14.14	0.5312	2,951.10
60	12.7865	8.2891	4.6937	1.6854	0.9894	16.14	0.3427	2,830.64
62	13.6819	9.0900	5.4248	2.3623	0.9979	18.14	0.2323	2,869.51
64	14.5774	9.8909	6.1559	3.0391	0.9997	20.14	0.1518	2,969.40
66	15.4728	10.6918	6.8870	3.7160	1	22.14	0.1012	3,130.28
68	16.3682	11.4927	7.6181	4.3929	1	24.14	0.0506	3,291.16
70	17.2636	12.2936	8.3492	5.0698	1	26.14	0	3,452.05

Nota. Elaboración propia.

El procedimiento de cálculo, se ilustra para el caso de ubicar el punto de reorden en 50 porrones de fertilizante. Con este valor las Z resultan:

$$Z_1 = \frac{50 - 31.44}{2.2336} = 8.3095 \quad Z_2 = \frac{50 - 39.3}{2.49724} = 4.2847$$

$$Z_3 = \frac{50 - 47.16}{2.7356} = 1.0382 \quad Z_4 = \frac{50 - 55.02}{2.95478} = -1.6989$$

Con esto, las respectivas áreas bajo la curva normal son 1.00 para Z_1 y Z_2 , 0.8504 para Z_3 y 0.0447 para Z_4 , con estos valores el nivel de servicio es:

$$ns = (1)(0.18) + (1)(0.29) + (0.8504)(0.30) + (0.0447)(0.23) = 0.7354$$

Siendo el costo de faltantes es $(217) (1.8898) (2830/301) = \$3,855.63$, mientras que el mantenimiento de las 6.14 unidades de stock de seguridad cuesta \$810.85, para un costo total de esta opción de \$4,666.48 anuales.

El costo mínimo fue para un valor del PRP de 60 unidades, con lo cual el costo total es el mismo que el obtenido con los modelos CEP y DN.

Modelo de Lee y Rim (LR)

Con este modelo, se obtiene el stock de seguridad mediante la ecuación (12):

$$B = (7.86)(1.02\sqrt{5.58+1.15})(1+\sqrt{(\frac{1.1168}{7.86})^2+(\frac{1.0313}{5.58})^2}(5.58))=40.82$$

Con este valor, el PRP se va a 84.68, con lo cual el costo del inventario sería de 693,136.32 \$/año, valor ligeramente superior al obtenido con los demás métodos.

RESULTADOS

La Tabla 4, presenta de manera sintetizada los resultados obtenidos con cada metodología:

Tabla 7

Costos anuales obtenidos con cada método

Método	Q	PRP	Costo del Inventario, \$/año
CEP	301	60	690,576.41
NS	301	57	690,827.21
DN	301	60	690,576.41
EM	301	60	690,576.41
LR	301	85	693,136.32

Nota. Elaboración propia.

De la Tabla anterior, se observa que han coincidido tres de los métodos aplicados: CEP, DN y EM, que han resultado con el costo mínimo.

El resultado de la metodología NS, es similar al de los modelos anteriores, con un PRP un poco menor y un costo total apenas mayor al óptimo por 251 pesos. El que ha generado un resultado notablemente diferente es el modelo LR que llevó el PRP a un valor mayor, aunque el máximo sucedido de la demanda del tiempo de entrega, a pesar que su diferencia en costo no es significativa respecto a la de los otros modelos. Esto, se debe a que estima el *stock* de seguridad con bases estadísticas y no económicas y lo hace no recomendable para utilizarse en la gestión del inventario.

La demanda del tiempo de entrega, no ha mostrado ajustarse a ninguna distribución de probabilidad conocida, lo cual sugeriría que la metodología DN no es apropiada para este caso, aun cuando generó la solución óptima.

También debe señalarse, que todos los modelos han coincidido en la cantidad de pedido, la cual se ha ubicado en 301 porrones, con lo cual se obtiene un descuento en el precio de cada porrón que compensa el mayor costo de mantener el inventario.

CONCLUSIONES

El mejor resultado se obtuvo en este caso, con 3 de los métodos empleados, como fueron el CEP, DN y EM, que han coincidido en cuanto a la cantidad de pedido y el punto de reorden, con un costo óptimo para este ejercicio.

Como se pudo observar, en el trabajo realizado por Balakrishnan et al., (2004) se logra la obtención del punto de reorden a partir de un enfoque del costo–beneficio orientado a la demanda, empero, en el presente documento se concluyó que la demanda no se ajusta a ninguna distribución probabilística, por ello, no se recomienda la utilización de la metodología DN, a pesar de generar una solución óptima.

Los aportes de Escobar, Linfati y Adarme-Jaimes (2017), logran una maximización de utilidades a través de simulación Montecarlo, en el presente documento se logra la minimización de costos con tres modelos que coinciden en el mismo resultado, empero, no significa que sea una mayor utilidad para la empresa, dado que para ello deben considerarse muchas otras variables, pero si representa un excelente punto de inicio del proceso interno de administración de inventario, dado que brindaría la posibilidad de un mayor margen de contribución y/o precios de venta más competitivos.

En las aportaciones de Banerjee y Moore (2022) se destaca la necesidad de resiliencia, diversidad de abastecimiento y producción ajustada, a pesar de que en su trabajo se aborda desde una simulación, estos tres puntos son claves para la buena administración de inventario, considerando estas estrategias para afrontar eventualidades no anticipadas.

Los modelos que no han coincidido han sido el NS y LR, que son los que pasan por alto el objetivo de alcanzar el costo mínimo, sin embargo, los tres modelos coincidentes en la obtención de la cantidad de pedido y el punto de reorden son los que buscan como meta las cuestiones económicas, lo cual ha llevado a definir la cantidad de pedido en 301 porrones, ya que con tal volumen se logra el menor precio que oferta el proveedor. El monto de costo más importante lo representa la compra de los artículos (87% del total), ya que, aun cuando estrictamente no es un costo del inventario, se incluye por las cuestiones del ahorro que se puede lograr por adquirir un mayor volumen con un menor costo unitario por artículo.

Con esto, puede verse que aun cuando la demanda del tiempo de entrega no se ajusta a ninguna distribución de probabilidad, lo que invitaría a pensar que el modelo DN no aplicaría, ha prevalecido el criterio económico en los resultados alcanzados.

Hay casos en que el comportamiento estadístico de la demanda del tiempo de entrega prevalece al criterio económico, pero no ha sido el caso en este estudio.

Finalmente, al haber probado el modelo LR, se observa que éste es el que ha diferido significativamente en el valor del punto de reorden, lo que lo hace no recomendable para su aplicación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akcan, S. & Kokangul, A. (2013). A new approximation for inventory control system with decision variable lead-time and stochastic demand, *International Journal of Industrial Engineering*, 20(3/4), 262-272.
- Balakrishnan, A., Pangburn, M. S. & Stavroulakis, E. (2004). 'Stack Them High, Let 'em Fly': Lot-Sizing Policies When Inventories Stimulate Demand, *Management Science*, 50(5), 630-644. <http://www.jstor.org/stable/30046103>.
- Banerjee, A. & Moore, J. (2022). The automotive semiconductor crisis and the way forward: COVID-19 shutdowns led to fluctuating demands, 'bullwhip' effects. *ISE: Industrial & Systems Engineering at Work*, 54(7), 34-39.
- Bhuiya, S. K. & Chakraborty, D. (2020). On the distribution-free continuous-review production-inventory model with service level constraint. *Sādhanā*, 45(1), 1-14. <https://doi.org/10.1007/s12046-020-01383-5>.
- Caceres, H., Yu, D. & Nikolaev, A. (2018). Evaluating shortfall distributions in periodic inventory systems with stochastic endogenous demands and lead-times. *Annals of Operations Research*, 271(2), 405-427. <https://doi.org/10.1007/s10479-018-2764-8>.
- Eppen, G. D. & Martin, R. K. (1988). Determining safety stock in the presence of stochastic lead time and demand, *Management Science*, 34(11), 1380-1390. <https://doi.org/10.1287/mnsc.34.11.1380>.
- Escobar, J. W., Linfati, R. & Adarme Jaimes, W. (2017). Gestión de Inventarios para distribuidores de productos perecederos. *Ingeniería y desarrollo*, 35(1), 219-239. <http://dx.doi.org/10.14482/inde.33.2.6368>.
- Gitae, K. (2017). Inventory model for distribution system with stochastic lead time and order crossover, *Annual International Conference on Computational Mathematics, Computational Geometry & Statistics*, 145-149. DOI: 10.5176/2251-1938_OR17.8.
- Kholidasari, I. (2014). On the effect of combination of statistical and judgmental stock control methods, *Jurnal Teknik Industri*, 16(2), 115-120. DOI: 10.9744/jti.16.2.115-120.

- Kurdhi, N. A. & Doewes, R. I. (2019). Periodic review inventory policy with variable ordering cost, lead time and backorder rate, *Songklanakar Journal of Science & Technology*, 41(1), 1-11.
- Lee, C. J. & Rim, S. C. (2019). A mathematical safety stock model for DDMRP inventory replenishment. *Mathematical Problems in Engineering*, 2019, p. 10. <https://doi.org/10.1155/2019/6496309>.
- Luo, X. R., Chu, C. H. & Chao, H. C. J. (2020). Novel solution method for inventory models with stochastic demand and defective units, *Mathematical Problems in Engineering*. 2020, p. 1-13. <https://doi.org/10.1155/2020/3528706>.
- Mohammadmahdi A., Hamidreza, E. & Seyed M. S. (2017). A simulation model to analyze an inventory system for deteriorating items with service level constraints, *International Journal of Industrial Engineering*, 24(6), 587-603.
- Moncayo, L., Ramírez, A. & Recio, G. (2016). Managing inventory levels and time to market in assembly supply chains by swarm intelligence algorithms, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 82(1-4), 419-433. <https://doi.org/10.1007/s00170-015-7313-x>.
- Pulido, A., Andrea, A., Padilla, M., Sánchez, M. & De la-Rosa, L. (2020). An optimization approach for inventory costs in probabilistic inventory models: A case study, *Ingeniare*, 28(3), 383-395. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-33052020000300383>.
- Silver, E. A., Pyke, D. F. & Peterson, R. (1998). *Inventory management and production planning and scheduling*, 3, p. 30. New York: Wiley.
- Silver, E. A. (2008). Inventory management: An overview, Canadian publications, practical applications and suggestions for future research, *Information Systems and Operations Research*, 46(1), 15-28. <https://doi.org/10.3138/infor.46.1.15>.
- Singh, A., Rasania, S. K. & Barua, K. (2022). Inventory control: Its principles and application, *Indian Journal of Community Health*. 34(1), 14-19. DOI: 10.47203/IJCH.2022.v34i01.004.
- Tang, B., Ma, Z., Zhang, K., Cao, D. & Zhang, J. (2022). Substation Equipment Spare Parts' Inventory Prediction Model Based on Remaining Useful Life. *Mathematical Problems in Engineering*, 2022, p. 11. <https://doi.org/10.1155/2022/3396850>.